

Att utveckla undervisning om tal och talrelationer i förskoleklass

Originalartikel

Anna-Lena Ekdahl^{1*}  & Birgitta Lundberg¹ 

¹Högskolan för Lärande och Kommunikation, Jönköping University

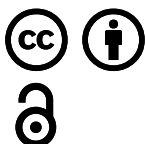
*Korresponderande författare:
Anna-Lena Ekdahl
anna-lena.ekdahl@ju.se

Forskning om undervisning och lärande, vol. 12, nr 2, 2024, s. 85–107
DOI: [10.61998/forskul.v12i2.23896](https://doi.org/10.61998/forskul.v12i2.23896)
ISSN: 2001-6131

Publicerad: 2024-06-04

© 2024 Författarna.

Denna artikel publiceras med öppen tillgång under villkoren i Creative Commons. Erkännande-licensen [CC BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/), som tillåter användning, spridning och reproduktion i vilket medium som helst, förutsatt att originalverket är korrekt citerat.



Sammanfattning

Syftet med artikeln är att bidra med kunskap om hur en intervention, med fokus på undervisning om tal och talrelationer i förskoleklass, kan utveckla matematikundervisning. I interventionen har en undervisningsutvecklande modell tagits som utgångspunkt, där planering, genomförande och reflektion över undervisning har skett i en cyklisk process tillsammans med kollegor och forskare. Då interventionen sträckte sig över fyra år, gavs möjligheter att identifiera och förändra komponenterna i modellen i relation till syfte och kontext. En nyckelkomponent är de reflektionsunderlag som utvecklades och hur de bidrog till reflektion kring undervisning och elevers lärande. De vetenskapligt förankrade aktiviteterna som förfinades är en annan nyckelkomponent. Kunskapsprodukten som har genererats innehåller den undervisningsutvecklande modellen, samt en undervisningsguide med beprövade och designade undervisningsaktiviteter med tillhörande reflektioner kring lärares matematikdidaktiska handlingar.

Nyckelord: matematik, förskoleklass, undervisningsutveckling, kunskapsprodukt, talrelationer

Abstract

The purpose of this article is to contribute knowledge about how an intervention, focused on teaching numbers and number relations in preschool class, can develop teaching. In the intervention, we employed a practice-oriented model based on planning, teaching, and reflecting on teaching in an iterative process, in collaboration with colleagues and researchers. We carried out this intervention over four years, during which we identified key components of the model that were essential for the development of mathematics teaching. We also changed these components based on the purpose and local context. A key component is the reflection documents that were developed and how they contributed to reflection on teaching and learning. Another key component is the research-based activities that we refined. The knowledge product includes the teaching model as well as a teaching guide with documented and designed teaching activities with reflections on the teacher's enactment of the mathematical activities.

Keywords: Mathematics, Preschool class, Teaching development, Knowledge product, Number relations

Introduktion

Undervisningsutvecklande forskning karakteriseras av nära samverkan mellan forskare och lärare, där forskares kunskaper om tidigare forskning, teorier och analysmodeller kopplas samman med lärares erfarenheter av undervisning och elevers lärande. Tillsammans planeras och genomförs någon form av intervention (exempelvis en undervisningsaktivitet) som sedan analyseras, förfinas och prövas på nytt i en iterativ process där teori och praktik samverkar (Carlgren, 2020). Flertalet interventioner som syftar till att utveckla undervisning kännetecknas av ett iterativt upplägg (Andrée & Eriksson, 2019; Bakker, 2018; McKenney & Reeves, 2018). Modellernas design beskrivs i exempelvis steg, faser, som komponenter eller genom designprinciper och kan sträcka sig över en kortare eller längre tidsperiod (Plomp, 2013). Tidigare forskning har identifierat faktorer som påverkar interventionsprocessen och dess resultat. Det kan handla om klagörande av förväntningar från deltagarna, de roller lärare och forskare förväntas ta eller i vilken omfattning lärarna aktivt medverkar i forskningsprocessen (Andrée & Eriksson, 2019; Gueudet m.fl., 2013).

Internationell forskning lyfter fram vikten av att fortlöpande analysera vald forskningsmodell utifrån vad som fungerar och inte fungerar, samt vad som kan ses som mer avgörande för att modellen ska fungera (Century & Casata, 2016). Vidare diskuterar forskare interventioners hållbarhet, vad som händer när projekt och forskares medverkan avslutas samt hur kunskaper från tidigare projekt kan spridas och användas i andra kontexter (Andrée & Eriksson, 2019; Kullberg, m.fl., 2020). Det finns ett fortsatt behov av att diskutera och beforska interventioners design (Carlgren, 2020) och hur de genom ett iterativt upplägg kan utvecklas och bli hållbara över tid. Detta görs i denna artikel genom att bidra med kunskap om hur lärare och forskare i samverkan, i en intervention under fyra års tid, har utvecklat matematikundervisning i en kommuns förskoleklasser. Det långvariga samarbetet har skapat goda möjligheter för att ge en realistisk och nyanserad bild av hur en undervisningsutvecklande modell har utvecklats över tid, vad modellen har bidragit med samt hur den kan användas som utgångspunkt för undervisningsutveckling i andra kontexter.

Syfte och frågeställningar

Syftet med artikeln är att bidra med kunskap om hur en undervisningsutvecklande modell, med fokus på undervisning om tal och talrelationer i förskoleklass, kan användas och utvecklas genom en samverkan mellan lärare och forskare över en längre tid, samt vilka komponenter som kan vara avgörande för att modellen ska kunna bidra till en utvecklad matematikundervisning. Ytterligare ett syfte är att beskriva hur en intervention i förskoleklass kan generera en kunskapsprodukt för en hållbar matematikundervisning på vetenskaplig grund. Artikeln utgår från följande frågeställningar:

- Vilka nyckelkomponenter har identifierats i den undervisningsutvecklande modellen och hur har dessa förändrats över tid, i relation till projektets syfte, lokala förutsättningar och deltagares medverkan?
- Vad karakteriserar den kunskapsprodukt, för matematikundervisning om tal och talrelationer i förskoleklass, som har generats i samverkan mellan lärare och forskare?

Bakgrund

Det som kännetecknar undervisningsutvecklande forskning är att forskare och lärare tillsammans bedriver forskning i nära anslutning till klassrum. En sådan samverkan kan bidra till utveckling av undervisning på vetenskaplig grund och förbättrade förutsättningar för elevers lärande (Eriksson, 2018). Lärare behöver därför ges möjlighet att delta i undervisningsutvecklande forskning och se sig som medskapare av kunskap (Carlgren, 2012; Eriksson, 2021). Stigler och Thompson (2009) menar att forskare, utifrån expertområden och kännedom om tidigare forskning, mycket väl kan vara de mer drivande i den initiala fasen. I nästa fas, då interventionen är i gång och undervisningsaktiviteter ska prövas i klassrum, kommer lärarna att inta en mer aktiv roll i hur undervisning kan iscensättas i de aktuella klassrummen. Lärare kan därmed bidra med värdefull input till den gemensamma reflektionen och bli medskapare i designen av nya uppgifter (Konrad & Bakker, 2018).

Undervisningsutvecklande modeller

Educational Design Research (EDR), som ibland på svenska benämns som designforskning, växte fram utifrån ett behov av att utveckla metoder för att beforska och besvara frågor som inte kan besvaras genom experimentella studier (Cobb m.fl., 2003). Istället behöver frågorna ställas i nära relation till undervisning och lärande i dess naturliga sammanhang, det vill säga i klassrummen. EDR är en undervisningsutvecklande modell som kännetecknas av att vara interventionistisk (praktikens frågor i fokus), iterativ (cykler av design, analys, utvärdering, revidering), processorienterad (förstå och förbättra interventionen), användbar (i verkliga kontexter) och teoridrivna (bidra till undervisning med teoretisk grund). I en undervisningsutvecklande modell involveras oftast praktiker i processen (McKenney & Reeves, 2013; Van den Akker, m.fl., 2006). I EDR ses det som implementeras och prövas (det prospektiva) och utvärdering, analys och reflektion över undervisningen samt lärandet (det reflektiva) inte som åtskilda komponenter utan som sammanflätade (Bakker, 2018). Kännetecknen som iterativitet och kollaborativ samverkan mellan forskare och praktiker, är inte unikt för EDR utan känns igen från andra forskningsmodeller. Ett sådant exempel är Design för Lärande (Åkerfeldt & Åberg, 2021) som har stora likheter med EDR men som tar sin utgångspunkt i en socialsemiotisk teoribildning (Selander & Kress, 2021). Ett annat exempel är Learning study-modellen som använder principer från designforskning men som oftast tar sin utgångspunkt i variationsteori (Marton, 2015). Det iterativa i en Learning study återfinns i sättet på vilket lektioner designas, prövas, utvärderas, förfinas och prövas på nytt. Utifrån ett specifikt avgränsat ämnesinnehåll med identifierade kritiska aspekter, designas lektioner för att ge eleverna möjlighet att lära sig det som avses. Communities of Inquiry (Jaworski, 2006) är ytterligare en forskningsmodell där lärares och forskares kritiska reflektion över undervisning och hur den kan utvecklas står i förgrunden.

Reflektionsunderlag

Analys och reflektion är centrala komponenter i undervisningsutvecklande modeller, därför behövs reflektionsunderlag som stöd i processen. Reflektionsunderlag kan bestå av tidigare forskningsresultat, lektionsplaneringar, observations- eller reflektionsprotokoll, videosekvenser från filmad undervisning, elevintervjuer, för- och eftertest alternativt strukturerade frågor som riktar fokus på olika aspekter i undervisning (Harvey & Teledahl, 2022). Val av reflektionsunderlag och hur de används beror på forskningsobjektet. I Shimizu och Kangs studie (2022) användes individuella skriftliga reflektioner som underlag för observation av matematikundervisning och för den efterföljande gemensamma diskussionen. Oftast används och prövas flera underlag i en och samma intervention. Om syftet med interventionen är att utveckla undervisning av ett spe-

cifikt innehåll, kan videofilmning av lärares undervisning och elevintervjuer utgöra effektfulla verktyg för lärares och forskares gemensamma reflektion (Ekdahl, 2019). Reflektionsunderlag initieras oftast av forskare som också leder diskussioner om utveckling av undervisning utifrån valda underlag (Harvey & Teledahl, 2022).

Kunskapsprodukt

En intervention resulterar oftast i någon slags kunskapsprodukt (Morris & Hiebert, 2011). Kännetecknande för en kunskapsprodukt är att den är utvecklad i samverkan mellan lärare och forskare, att den kan användas av de som har medverkat i interventionen och att den kan bidra med fortsatt utveckling av undervisning. Kunskapsprodukten kan sedan spridas, användas och utvecklas ytterligare av andra lärare och forskare. Om resultatet ska spridas till andra behöver kunskapsprodukten förpackas så att upplägget av forskningsmodellen och dess kontext, beskrivs så detaljerat som möjligt (Stigler & Thompson, 2009).

Kunskapsprodukten kan bestå av specifika matematikuppgifter, didaktiska exempel alternativt undervisningsaktiviteter designade av forskare och utprovade samt förfinade i samverkan med lärare, i en iterativ process utifrån ett teoretiskt perspektiv (Björklund m.fl., 2020; Ekdahl, 2020). Det är viktigt att ta i beaktande att ett praktisknära projekt kan generera mer än en typ av kunskapsprodukt (Lindberg m.fl., 2023). I en analys av kunskapsprodukter i svenska forskningsprojekt identifierade Lindberg och hennes kollegor (2023) sex olika kategorier av kunskapsprodukter. Dessa kategorier var: kunnsande och förmågor, undervisnings- och lektionsdesign, didaktiska exempel, redskap, generella och kontextuella förutsättningar samt processer och metaperspektiv. Den sistnämnda kategorin karaktäriseras av en beskrivning av processen, det vill säga de komponenter som har haft betydelse för designen av projektet och därför är viktiga för andra som skulle vilja genomföra ett liknande projekt. Inom EDR-forskning lyfts ofta fram hur interventioner som har till syfte att utveckla undervisning kan generera olika slags kunskapsprodukter i relation till aktuella läroplaner och kursplaner. En kunskapsprodukt inom EDR kan även utgöras av själva designen av modellen (Van den Akker, 2013).

I Višňovskás studie (2023) genererades en kunskapsprodukt där en serie undervisningssekvenser, designade av Cobb med kollegor (1997), togs som utgångspunkt i en lärares undervisning. Genom att läraren implementerade och modifierade undervisningssekvenserna kunde produkten, innehållande syfte, specifika lärandemål och material, göras tillgängligt digitalt för fler lärare. De kunde då ta del av produkten och implementera denna i sina klassrum. I nästa skede kunde dessa lärare gemensamt ytterligare förfina produkten. I processen är det avgörande att ta tillvara lärares erfarenheter av att tolka och interagera med materialet (Pepin m.fl., 2013). Sålunda ska lärarna vara aktiva i designen och i utvecklingen av materialet och produkten (Gueudet m.fl., 2013).

En intervention kan även generera en kunskapsprodukt i form av lärarhandledningar eller utbildningsprogram med mer eller mindre detaljerade beskrivningar av undervisningsaktiviteter (Mulligan m.fl., 2010; Sarama & Clements, 2009). Ett exempel på hur en longitudinell undervisningsutvecklande intervention har resulterat i en kunskapsprodukt, är det franska programmet: *Programmation et Progression ACE*, som utvecklats av Sensevy med kollegor (2015). Utbildningsprogrammet syftar till att utveckla 6–7 åriga elevers relationella förståelse av tal. Ett fåtal matematikuppgifter designades av forskare och lärare och prövades ut under flera års tid. Genom kontinuerliga iakttagelser från klassrummen, och genom samverkan mellan forskare och lärare, gjordes förfiningar av uppgifterna (Joffredo-Le Brun, m.fl., 2018). Utifrån en svensk förskoleklasskontext kan även interventionsprogrammet TUFF (TalUppfattningFörskoleklass) nämnas som ett exempel på en kunskapsprodukt. TUFF är ett tolv-veckorsprogram som har designats och genomförts i en svensk kommun i syfte att stötta förskoleklasselevers utveckling

av taluppfattning (Westerholm & Samuelsson, 2020). Programmet bygger vidare på en intervention som har utarbetats av en internationell forskargrupp (Jordan m.fl., 2012). Ett annat exempel på ett kunskapsprodukt i förskoleklass, som har prövats ut under längre tid, är Tänka, Resonera och Räkna (TRR). Programmet har fokus på taluppfattning och tals användning och med en tydlig struktur i upplägg av aktiviteter och instruktioner (Sternen & Helenius, 2015). Sternes kollegor (2023) har även studerat hur programmet kan genomföras i större skala och diskuterar vad som händer med ett program när stödet från extern handledare minskar och lärare ges ett större ansvar att genomföra aktiviteterna på egen hand.

Ytterligare ett exempel på en kunskapsprodukt är dokumenterade kritiska aspekter av ett (matematiskt) innehåll som har framkommit i en Learning study. Det en lärargrupp har identifierat som kritiskt att lära sig, för just deras elevgrupper, kan delges lärare på andra skolor och tas som utgångspunkt i undervisningen av samma innehåll (Runesson m.fl., 2018). På så vis kan andra lärare pröva de dokumenterade kritiska aspekterna i sina elevgrupper och utifrån dessa, identifiera ytterligare kritiska aspekter och därmed utveckla undervisningen (Kullberg m.fl., 2020).

Det matematiska innehållet - strukturell ansats till undervisning och lärande om tal

Interventionen som är forskningsobjektet i den här artikeln utgår från en strukturell ansats till undervisning och lärande om tal och talrelationer för att kunna utveckla hållbara räknefärdigheter. Kortfattat innebär talstruktur att se tal som sammansatta enheter (enheter större än ett) och att se tal som del-helhetsrelationer (Baroody & Purpura 2017; Neuman, 1987). När elever ser tal som uppbyggda av andra tal kan de använda talrelationer för att lösa aritmetikuppgifter, som till exempel att ta reda på en saknad del, utan att behöva räkna ett steg i taget bakåt eller framåt (Neuman, 2013). När en elev använder talstruktur för att lösa en uppgift som: "Jag har sju och ger bort fem, hur många har jag kvar?" utan att behöva räkna fem steg bakåt från 7, tar eleven hjälp av tals del-helhetsrelationer. I det här fallet genom att veta att 7, 5 och 2 har en relation till varandra; 7 är helheten, en del är 5 och den saknade delen är 2. Eleven kan även använda fingermönster (7) och genom att titta på sju fingrar, ser "5:an i 7:an" och ser då att svaret är 2. Då använder eleven kunskapen om tals del-helhetsrelationer på ett framgångsrikt sätt. Fingermönster blir ett visuellt stöd för att urskilja delar och helhet. Denna kunskap är enligt Neuman (2013) grundläggande för att elever ska kunna utveckla hållbara räknestrategier och inte behöva förlita sig på enstegsräkning.

Metod

Data för denna artikel är hämtat från ett samverkansprojekt (ett ULF-avtal)¹ som initierades utifrån en behovsinventering gjord av lärare i förskoleklass i en kommun. Kommunens lektor hade sedan tidigare ett samarbete med en av lärosätets forskargrupper, vilket öppnade upp för ansökan för ULF-medel för samverkansprojektet. I inventeringen framkom att lärarna ställde sig frågan om hur de kunde utveckla sin matematikundervisning utifrån det nya obligatoriska kartläggningsmaterialet *Hitta matematiken* (Skolverket, 2019). Eftersom kartläggningsmaterialet inte belyste undervisningsperspektivet, blev det övergripande syftet med samverkansprojektet att genom kollegialt lärande och med stöd av forskare gemensamt bygga ett fundament för matematikundervisningen i förskoleklass, utifrån tidigare forskning och aktuella styrdokument.²

1 Ett ULF-avtal ska utveckla och pröva hållbara samverkansmodeller mellan akademi och skola vad gäller forskning, skolverksamhet och lärarutbildning.

2 Undervisningen ska ge eleverna förutsättningar att lära sig om naturliga tal och deras egenskaper, ange antal, tals ordning, del av helhet och del av antal och använda talen för att resonera och lösa problem (Skolverket, 2022).

Forskare och huvudman beslutade i samråd om att genomföra en intervention med fokus på undervisning och lärande i matematik. Ett villkor som ställdes från huvudmannanivå var att alla kommunens lärare i förskoleklass skulle delta i interventionen. Under de fyra år som projektet pågick har det matematiska innehållet avgränsats till tal och talrelationer samt till att utveckla förmågan att se antal som grupper (talstruktur) för att lösa matematiska problem.

Studiens design

Interventionen har sedan starten utgått från en undervisningsutvecklande modell (se figur 1) som innehåller komponenterna: planering, genomförande, utvärdering av undervisning och reflektion över vad eleverna gavs möjligt att lära sig, vilket skedde både enskilt och tillsammans med kollegor och forskare i en cyklisk process. Modellen har därför likheter med EDR-modellen (Bakker, 2018; Van den Akker m.fl., 2006). Alla lärare som deltog förväntades pröva gemensamt planerade undervisningsaktiviteter i sin praktik. Lärarna skulle sedan på egen hand reflektera över vad undervisningen gav eleverna möjlighet att lära. Utifrån denna reflektion, skulle de sedan förfina undervisningen och genomföra aktiviteten på nytt. I nästa steg reflekterade kollegor och forskare tillsammans över undervisningen och elevers lärandemöjligheter för att därefter planera en ny undervisningsaktivitet (se figur 1).

Figur 1

Den undervisningsutvecklande modellens komponenter och cykliska process



Not. Figuren visar komponenterna i den undervisningsutvecklande modellen och i vilka steg dessa genomförs.

Ett begränsat antal vetenskapligt förankrade undervisningsaktiviteter från tidigare forskningsprojekt (Ekdahl, 2019; Sensevy m.fl., 2015) med fokus på tal som sammansatta enheter (enheter större än ett) och tals additiva del-helhetsrelationer, initierades under det första året. Undervisningsaktiviteterna med tillhörande teoretiska principer (Björklund m.fl., 2021; Neuman, 1987, 2013) togs som utgångspunkt. Likaså introducerades representationer och material som möjliggör för elever att urskilja talrelationer (fingermönster, pärlband, och tärningsmönster). Även dessa har använts framgångsrikt i tidigare forskningsprojekt (Björklund, m.fl., 2020; Ekdahl, 2019; Sensevy m.fl., 2015).

Kontext och deltagare

Då det i den aktuella kommunen finns så väl mindre som större skolor, har det varit av stor vikt att samtliga sju skolenheter (tio till tolv förskoleklasser per läsår) har deltagit för att gemensamt bygga ett fundament för matematikundervisning. I början av varje projektår skickades informationsbrev ut till elever och vårdnadshavare där vi informerade om projektets syfte och vad deltagande skulle innebära för eleverna. Samtycke för deltagande inhämtades av elever och deras vårdnadshavare. Även lärare informerades och gav sitt samtycke för deltagande.

Sju lärare har deltagit i studien under alla fyra projektåren, fyra lärare har deltagit två av fyra projektår, två lärare deltog endast det första projektåret. Under det fjärde projektåret tillkom tre lärare. Två forskare var delaktiga i samverkansprojektet; en lektor i didaktik och en adjunkt med lång erfarenhet av undervisning i matematikdidaktik. Lektorn deltog alla fyra projektåren medan adjunkten deltog de tre första projektåren. Rektorer, speciallärare, resurslärare och en kommunlektor deltog sporadiskt vid träffar men var inte involverade i genomförandet av undervisning. Under interventionens tre första år ägde gemensamma träffar med lärare och forskare rum en gång per månad, totalt genomfördes åtta träffar per läsår, i huvudsak digitala. Vid träffarna diskuterades hur undervisning kan möjliggöra elevers lärande om tal och talrelationer samt hur undervisning kan stödja elever att utveckla förmåga att använda talrelationer för att lösa matematiska problem. Samtalen grundades i gemensamt planerade och av lärarna genomförda aktiviteter i sina klasser samt genom olika reflektionsunderlag. I syfte att i större omfattning fokusera på utveckling av undervisning i relation till elevers lärande, förändrades delvis upplägget på träffarna. Från projektår 2 avsattes mer tid under träffarna för planering av undervisning och mötestiden utökades från 90 till 120 minuter. Mer fokus lades projektår 2 och 3 på att utifrån filmklipp reflektera tillsammans och dra slutsatser. Under projektår 4 fasades forskarnas medverkan ut och endast en av forskarna träffade lärarna en gång per termin. Därutöver ansvarade kommunes lektor för digitala träffar med samtliga lärare i förskoleklass en gång i månaden. Eftersom syftet i den här artikeln är att beskriva nyckelkomponenter i den undervisningsutvecklande modellen, inte enskilda lärares undervisning eller reflektioner över undervisning, särskiljs inte individuella lärare eller forskare i resultatet.

Datainsamling

Olika dokumentations- och datainsamlingsmetoder användes under processen, främst i formativt syfte, vilket är vanligt i EDR-forskning (Nieveen & Folmer, 2013). Lärarreflektioner, loggböcker och fältanteckningar är exempel på data som kontinuerligt samlades in. Fem semi-strukturerade lärarintervjuer genomfördes av forskarna i slutet av projektår 1. Under projektår 2 genomfördes individuella elevintervjuer³ av forskarna. Dessutom filmade lärarna sin egen undervisning. Dessa undervisningsfilmer⁴ användes som reflektionsunderlag.

För att besvara studiens forskningsfrågor gjordes ett urval av data för analys (se tabell 1). I huvudsak består datamaterialet av olika slags dokument, vilket är relevant data att använda då syftet är att se tillbaka på vad som har hänt över tid (Denscombe, 2017). I tabell 1 presenteras en översikt av data för analys.

3 Uppgiftsbaserade elevintervjuer genomfördes av forskarna i början och slutet av förskoleklassåret (97 intervjuer september 2020, respektive 130 intervjuer maj 2021). Sammanställningen av elevresultat och exempel på elevresonemang användes i projektet som underlag för gemensam reflektion över undervisning.

4 Analys av undervisningsfilmer användes som underlag för gemensam reflektion. Analysen av innehållet i undervisningsfilmerna utgör inte specifik data i denna artikel.

Tabell 1*Urval av insamlad data för analys projektår 1–3.*

Projektår 1	23 lärarreflektioner (8 loggböcker och 15 post-it lappar), 5 transkriberade lärarintervjuer, fältanteckningar och PowerPoints från gemensamma möten.
Projektår 2	15 individuella lärarreflektioner (15 post-it lappar från en gemensam fysisk träff), fältanteckningar och PowerPoints från gemensamma möten samt lärarreflektioner från utvärdering av projektet på kommunnivå.
Projektår 3	39 individuella lärarreflektioner, fältanteckningar och PowerPoints från gemensamma möten samt summeringar från kollegiala reflektioner (4 möten).

Dataanalys

För att identifiera avgörande komponenter (nyckelkomponenter) för utveckling av en hållbar matematikundervisning på vetenskaplig grund gjordes projektår 4 en retrospektiv analys (Gravemeijer & Cobb, 2013). Den tog avstamp i Century och kollegor (2010), som menar att olika typer av skriftliga underlag så som forskarnas och lärarnas reflektioner kring vad som har bidragit till utvecklingen och resultatet av en intervention behöver beaktas när nyckelkomponenter ska identifieras.

Den kvalitativa dataanalysen genomfördes i flera steg (Fejes & Thornberg, 2015). I ett första steg gick vi igenom de skriftliga underlagen så som anteckningar från möten, Powerpoints, transkriberingar av lärarintervjuer och övriga dokument som hade använts. Lärarnas röster framkom i intervjuerna från projektår 1, fältanteckningar från möten och den kommunövergripande årliga utvärderingen av projektet. Vi som forskare analyserade datamaterialet från ett år i taget och försökte identifiera tänkbara nyckelkomponenter inom respektive tidsspänn, det vill säga vilka komponenter i den undervisningsutvecklande modellen (se figur 1) som kan ha bidragit till utveckling av en matematikundervisning på vetenskaplig grund. För att ytterligare fördjupa en sådan typ av kvalitativ analys kan frågor utgöra ett verkningsfullt redskap (Widén, 2015). De frågor som vägledde vår analysprocess var: *Vad behålls i modellen och vad är skälet till att det behålls?* och *Vad förändras, hur förändras det i så fall och varför?* I nästa steg gjordes en systematisk sammanställning över tänkbara nyckelkomponenter där vi kortfattat beskrev dessa (projektår 1–4), vad som hade behållits och vad som hade förändrats inom respektive komponent. Då kunde vi se vad i modellen som hade förändrats över tid, när förändringen skedde och vad som hade föranlett denna förändring, främst mellan projektår 1 och 2 respektive projektår 2 och 3. I nästa steg ställde vi komponenter mot varandra (Gravemeijer & Cobb, 2013) för att kunna bekräfta alternativt förkasta om den skulle ses som en nyckelkomponent, det vill säga om det var en komponent som var avgörande för att modellen skulle kunna fungera framgångsrikt i syfte att utveckla undervisningen eller om den kunde betraktas som en grundförutsättning i den cykliska modellen. I analysen identifierades två nyckelkomponenter.

För att besvara vad som karaktäriserar den kunskapsprodukt för matematikundervisning i förskoleklass som hade generats under interventionen, genomfördes i nästa steg ytterligare en kvalitativ analys (Descombes, 2017) av en av de nyckelkomponenter som hade identifierats. Projektår 1 gjordes en inledande analys av de förändringar som lärarna hade gjort i samma undervisningsaktivitet, mellan undervisningstillfällen samt vilka förändringar de hade reflekterat

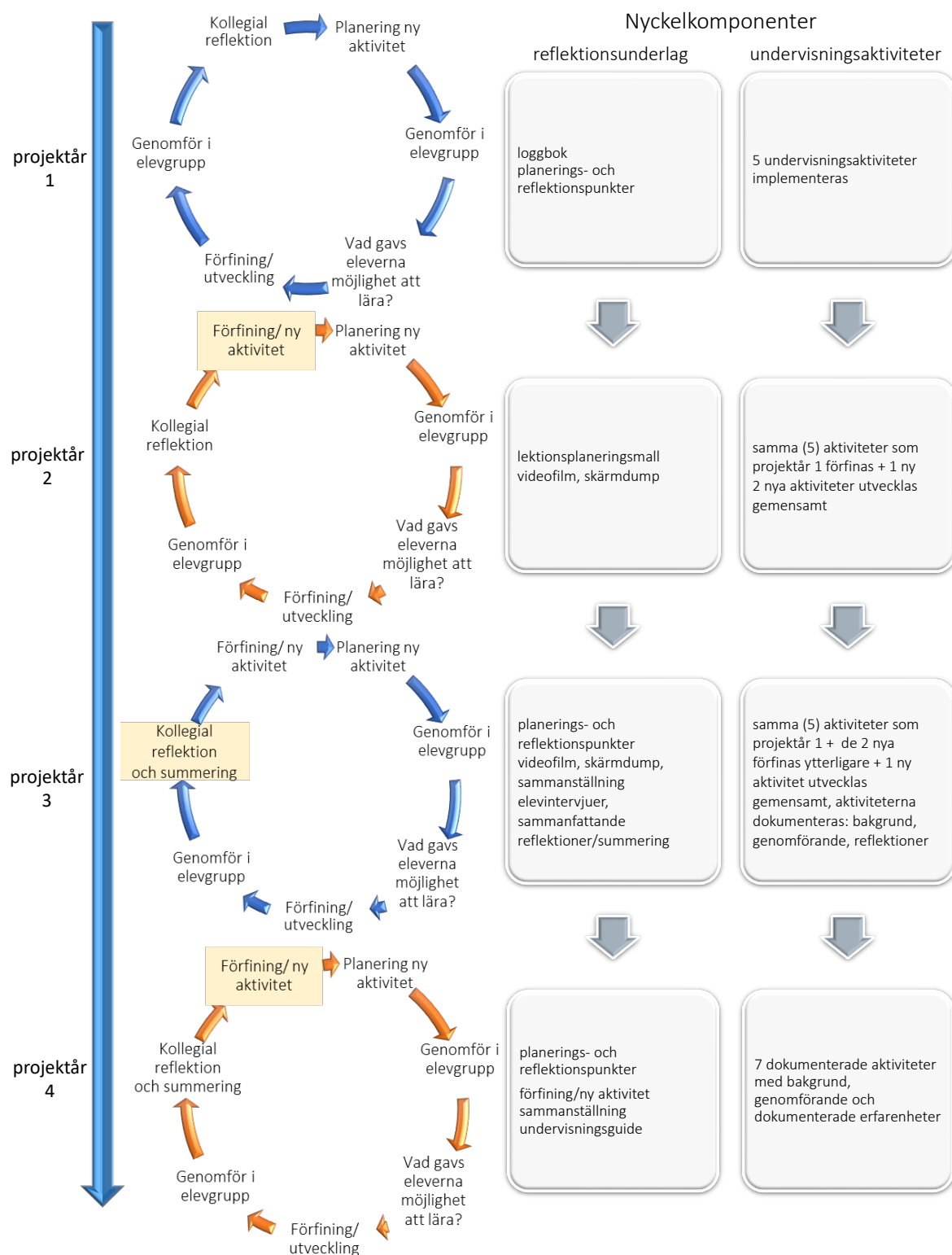
över att göra inför kommande undervisning⁵ (se även figur 1). Det framkom att reflektionerna kännetecknades dels av praktiska förändringar, dels av förändringar relaterade till lärarnas didaktiska handlingar och elevers lärande. Projektår 4 genomfördes en fördjupad analys av samtliga individuella reflektioner från projektår 1–3. Utgångspunkten i analysen togs i Shimizu och Kangs (2022) kategorier av lärarreflektioner över observerad matematikundervisning. I en process testades data mot Shimizu och Kangs (2022) kategorier, det vill säga vad i datamaterialet som kunde överensstämja med någon av deras kategorier. Då reflektionerna endast analyserades utifrån förändring av undervisning, var inte alla kategorier möjliga att identifiera i materialet. Däremot kunde kategorierna *Rules/Norms*, *General pedagogies* och *Teaching/Learning* identifieras.⁶ Vår analys resulterade i tre kategorier där den tredje bestod av två underkategorier. Kategorierna kan härledas till Shimizu och Kangs kategorier men har till viss del modifierats utifrån vårt forskningsobjekt. Materialet kodades utifrån de tre kategorierna (inkluderat de två underkategorierna) och datamaterialet systematiserades utifrån respektive kategori i relation till respektive undervisningsaktivitet.

Resultat

I resultatsavsnittet redogörs inledningsvis för de två nyckelkomponenter som har identifierats i den undervisningsutvecklande modellen och hur dessa nyckelkomponenter har förändrats under interventionsprocessen. De två nyckelkomponenterna är *vetenskapligt förankrade undervisningsaktiviteter* och *reflektionsunderlag*. Dessa komponenter kan härledas till såväl den individuella som den kollegiala reflektionen samt till planering och genomförande av aktiviteter i den undervisningsutvecklande modellen som vi har valt att använda (se figur 1). Under separata rubriker beskrivs nyckelkomponenterna; vad inom respektive nyckelkomponent som vi har behållit under åren och varför samt vad som har förändrats och anledningen till dessa förändringar. Därefter beskrivs vad som karaktäriserar den kunskapsprodukt som har tagits fram och hur den används i den lokala kontexten då forskarnas medverkan har fasats ut. I figur 2 presenteras en översiktlig bild över vår modell (projektår 1–4) med tillhörande nyckelkomponenter och hur dessa har förändrats.

5 Vilka förändringar gjorde du i undervisningen mellan de två undervisningstillfällena? Hur skulle du vilja förändra ytterligare för att fler elever ska lära sig det som planerats?

6 De kategorier från Shimizu och Kangs studie (2022) som vi inte kunde identifiera i vår data var: *Problem Solving*, *Mathematics*, *Students' thinking*. Kategorin: *Rules/Norms* innehåller vissa aspekter som kan kopplas till vår data.

Figur 2*Modellens cykliska process från projektår 1 till 4*

Not. Figuren visar en sammanfattning av de två nyckelkomponenterna: vetenskapligt förankrade undervisningsaktiviteter och reflektionsunderlag, samt hur dessa komponenter har utvecklats över tid.

Vetenskapligt förankrade undervisningsaktiviteter

En nyckelkomponent, som har identifierats och bidragit till utveckling av en hållbar matematikundervisning, är de vetenskapligt förankrade undervisningsaktiviteterna. Undervisningsaktiviteterna har ett tydligt avgränsat matematiskt innehåll som under en lång tidsperiod har implementerats och förfinats i projektet. Redan från starten av projektet, introducerade forskarna idén om hur tidigare forskningsresultat väcker nya frågor som behöver besvaras och hur vetenskapligt förankrade undervisningsaktiviteter kan prövas och utvecklas av andra lärare i en annan kontext. Projektår 1 implementerades fem undervisningsaktiviteter med tillhörande representationer på liknade sätt som i tidigare forskningsprojekt (Björklund m.fl., 2021; Ekdahl, 2019; 2020).⁷ Det framkom i lärarintervjuerna hur de av forskarna introducerade undervisningsaktiviteterna, lett till nya insikter om det matematiska innehållet. En lärare uttryckte det på följande sätt:

- Lärare B: Längs vägen ser jag nu massor av intressanta delar där jag har ett helt annat djup och en helt annan förståelse för vad vi kan göra i undervisningen.
- Intervjuare: Kan du ge något exempel ...
- Lärare B: Ja, exempel kan ju bli det här med uppdelning av tal, hur man delar upp tal. (...) Men nu har vi fördjupat oss i tal och delat upp tal, (...) och fingermönster och hur viktiga de här delarna är ser jag som en helt annan insikt hos mig. (Lärare B, projektår 1, juni, 2020)

Eftersom flera lärare uttryckte att de vetenskapligt förankrade undervisningsaktiviteterna hade lett till nya insikter och utvecklat undervisningen, behölls dessa och förfinades ytterligare (se figur 2). I senare delen av projektår 2 designade lärarna och forskarna två nya aktiviteter med samma matematiska innehåll i fokus (strukturell ansats till tal och talrelationer). I den första aktiviteten "Prickar i grupper, lika men ändå olika" introducerades spatiala mönster (prickmönster) och i den andra "Matteduellen" fokuserades det på att synliggöra samband mellan olika representationer (fingermönster, spatiala mönster, siffersymboler och additionsuttryck). De två aktiviteterna hade inte sitt ursprung i tidigare forskningsprojekt men prövades dock sedan i en cyklisk process, på samma sätt som de vetenskapligt förankrade aktiviteterna (se figur 2).

Eftersom interventionen sträckte sig över flera år och flertalet lärare deltog mer än ett läsår gavs möjlighet för dem att dels under ett och samma läsår förfinas undervisningen, dels ytterligare förfinas samma undervisningsaktiviteter kommande läsår, men då i en ny elevgrupp. Upplägget ledde till en mer fördjupad reflektion över undervisning och elevers lärande. En av lärarna som har deltagit i projektet reflekterade kring detta på följande sätt:

- Jag har varit med två f-klasser parallellt med projektet. Första året fanns ju en liten osäkerhet kring lekarna och uppdragen så det var ju skillnad andra året att känna igen aktiviteterna och få pröva en gång till på en ny grupp. (Utsaga från anonymiserad utvärdering av projektet på kommunivå projektår 2, juni, 2021)

Projektår 3 designades ytterligare en aktivitet, med fokus på talstruktur, men där eleverna skulle utmanas i att utforska tal och talrelationer i talområdet 1–30. Inför projektår 3 enades lärare och forskare om att dokumentera hur respektive undervisningsaktivitet skulle genomföras och vilka aspekter av innehållet som var viktiga för lärare att lyfta fram i undervisningen. Vidare skrevs en kort text om tidigare forskning kopplat till den specifika aktiviteten och förslag på frågor att

7 "5- och 10-masken", "Franska tärningsspelet", "Kontextuppgifter", "Sju apor leker i två träd", "Fingermönster"

använda i undervisningen (se figur 2). Forskarna ansvarade för dokumentationen med syfte att stötta nytilkomna lärare och underlätta för alla lärares planeringar. Dokumentationerna användes och utvärderades sedan av alla lärare i slutet av projektår 3. Sammanfattningsvis behölls flertalet undervisningsaktiviteter från tidigare forskningsprojekt och de nya aktiviteterna från projektår 2 förfinades ytterligare under projektår 3.

Reflektionsunderlag

Reflektionsunderlagen är, utöver vetenskapligt förankrade undervisningsaktiviteter, den komponent som framstår som avgörande för att genom den undervisningsutvecklande modellen utveckla en hållbar matematikundervisning på vetenskaplig grund. I den cykliska modellen ingår steg av både individuell och kollegial reflektion över undervisning och elevers lärandemöjligheter. Därför fanns det skäl till att olika reflektionsunderlag initierades, prövades, förkastades alternativt förfinades under processen (se figur 2).

Loggbok

Projektår 1 introducerades loggbok där lärarna förväntades anteckna utifrån ett antal planerings- och reflektionspunkter. Att skriftligt reflektera över undervisning och sedan delge kollegor och forskare dessa reflektioner, var till en början ovan för flera lärare. Upplägget med *Loggbok utifrån planerings- och reflektionspunkter* var inte tillräckligt förankrat i lärargruppen. Bristen på tid och ovanan att skriftligt dokumentera framkom i lärares utsagor i slutet av projektår 1. En lärare uttryckte:

Jag tänker att det är jättesvårt att ta sig tid att skriva. Det har stressat mig. Att man måste skriva för att reflektera. Reflektera gör jag, det är inte säkert alla gör det, men jag gör det hela tiden. Det finns där i bakhuvudet, man är så van vid att tänka, hur gick det där nu då? Och vad ska jag tänka på till nästa gång. Det där tar för mycket tid för mig. (Lärare C, projektår 1, juni, 2020)

En annan lärare uttryckte att det skriftliga reflektionsunderlaget hade varit ett stöd i reflektionen över undervisning, även om det har tagit tid och säger:

... men jag kanske har skrivit ett planeringsunderlag, och jag kan gå tillbaka till det planeringsunderlaget. Ja, men det var dom där frågorna jag skulle ställa, att man även om jag inte hinner skriva jättemånga planeringsunderlag så har jag ändå stolparna som kan hjälpa mig att ta tillbaka mig till – vad var det viktiga i det här syftet, vilka frågor var det nu som var dom viktiga att ställa ... (Lärare A, projektår 1, juni, 2020)

Då endast ett fåtal av lärarna använde loggbok blev den inte ett fungerande underlag och därför beslöts det i samförstånd att avsluta loggboksskrivandet (se figur 2). Vid de kollegiala träffarna projektår 1 kom reflektionerna mestadels att hamna i hur man hade genomfört aktiviteten (fältanteckningar 2020-02-27). Vad som skulle kunna förändras i undervisningen för att det matematiska innehållet skulle synliggöras, tolkades ibland som att en helt annan aktivitet skulle prövas. Därför initierades videofilmning.

Videofilmning och lektionsplaneringsmall

Videofilmning som reflektionsverktyg infördes projektår 2, något som vi i projektet fortsatte med under även under projektår 3 (se figur 2). Skärmdumpar och videoklipp från undervisning som valdes ut till de gemensamma träffarna ledde till mer fördjupade reflektioner, ur både ett

undervisnings- som ett lärandeperspektiv. Oftast hade läraren som filmat sig själv, redan reflekterat kring filmen innan den laddades upp. Förutom videofilmning prövades projektår 2 en *Lektionsplaneringsmall* (se figur 2) med färre planerings- och reflektionspunkter jämfört med loggboken. Undervisningen planerades i sekvenser. För varje sekvens skulle det matematiska fokuset, exempel och planerade frågor skrivas fram. Lektionsplaneringsmallen visade sig dock endast delvis fungera. Flera lärare uttryckte osäkerhet kring mallens rubriker och vad som skulle skrivas var, vilket gjorde att det oftast blev forskarna som ledde arbetet med att skriva i mallen vid de digitala träffarna.

Elevintervjuer

Eftersom elevperspektivet mer sällan framkom i reflektioner projektår 1 och lärarna återkom till att det vore av intresse att kartlägga elevernas kunskande om tal, genomförde forskarna *Elevintervjuer* i början och slutet av projektår 2. Exempel på elevresonemang och sammanställning av resultat på kommunnivå, användes återkommande vid träffarna för kollegial reflektion över hur undervisning kunde få fler elever i förskoleklass att utveckla förmågan att se antal som grupper, tals del-helhetsrelation och att använda denna förmåga för att lösa aritmetikproblem. I uppstarten av projektår 3 användes sammanställning av elevelevintervjuer som underlag för vad som verkar ha fungerat i undervisningen projektår 2 och vad som behövde fokuseras i mötet med nya elever projektår 3.

Strukturerade planerings- och reflektionspunkter

För att kunna utveckla en undervisningsutvecklande modell där alla lärare kan känna sig delaktiga i att planera, genomföra och reflektera över undervisning om tal och talrelationer, användes ett reflektionsunderlag i form av *Strukturerade planerings- och reflektionspunkter* (se figur 3).⁸

Figur 3

Strukturerade planerings- och reflektionspunkter som stöd för planering av och reflektion över undervisning

Planeringspunkter:

- Syftet – vad ska aktiviteten ge eleverna möjlighet att lära?
- Vilka representationer/ material?
- Vilka exempel väljer jag?
- Vad ska lyftas fram/ pekats ut för att aktivitetens syfte ska nås?
- Vilka frågor ska jag ställa?
- Hur ska jag sammanfatta/ knyta ihop påsen på slutet?

Reflektionspunkter:

- Hur tog sig eleverna an aktiviteten?
- Vad verkar de ha fått syn på/ vad har de inte fått syn på? Hur såg du det?
- Vad hände när du använde de planerade frågorna?
- Vilka förändringar gjorde du i undervisningen mellan de två undervisningstillfällena?
- Hur skulle du vilja förändra ytterligare för att fler elever ska lära sig det som har planerats.

⁸ Små justeringar av formuleringar har gjorts under processen.

Projektår 3 återgick vi till planerings- och reflektionspunkterna från projektår 1, men vi förfinade några formuleringar och ändrade *hur* underlaget skulle användas. Anledningen till denna förändring var att flera lärare från samma skolenhet hade deltagit från projektår 1, medan andra lärare från andra skolenheter var nya i projektet. Utan stöd av kollega kunde det ta tid att sätta sig in i modellens upplägg (se figur 1) med dess tillhörande undervisningsaktiviteter. Det fanns även lärare som av praktiska skäl inte hade kunnat genomföra undervisningen så som de hade önskat. Därför öppnades det projektår 3 upp för en viss frihet i vilken av aktiviteterna som planerades vid träffarna och hur länge lärare valde att stanna kvar i samma undervisningsaktivitet innan man gick vidare till nästa aktivitet. Eftersom aktiviteterna hade ett liknade matematiskt fokus och avgränsning i vilka representationer som användes, påverkades inte diskussionen om undervisning och elevers lärande nämnvärt. Lärare kunde ta del av kollegors erfarenheter vid de gemensamma reflektionerna, även om hen inte hade prövat just den specifika aktiviteten. Då en punkt i underlaget handlade om att reflektera över hur man skulle förändra sin undervisning ytterligare och som vi oftast under projektår 1 och 2 lät lärarna anteckna enskilt, införde vi istället projektår 3 att dessa punkter skulle sammanfattas skriftligt av en av forskarna under pågående träff. Nedan (figur 4) finns ett exempel på en sådan sammanfattning av den undervisningsaktivitet som kallas *5- och 10-masken*, som skrevs på en digital träff.

Figur 4

Ett exempel på sammanfattande reflektioner från en gemensam träff projektår 3

Förändringar – Vad tar vi med oss till nästa gång? 5/10- masken

- För att förstå delar i helheten, häng kvar i exemplet, följ strukturen "3 och 2 tillsammans är 5" förtydliga helheten/ delarna.
- Tänka på två femmor = 10, se grupper, erbjuda alternativ till att räkna en och en ... våga hänga i ...
- Vilken delning är bra att börja med? (val av exempel) 6 synliga = 5 och en till (4 gömda). Skillnader i vad elever får syn på.
- Iakttä och stöttar alla barn i hur de visar, Jobba med hela femman, påminna om helheten
- Se helheten 5, vara en modell själv- fingermönster
- Utgå från en hand starka femman, betona skillnad mellan Franska tärningsspelet/ Masken
- Stödfrågor och uppmaningar- hålla fokus på matematiska innehållet
- "Visa svaret" och stötta de som behöver det mest 😊

Not. Figuren visar en sammanfattning av lärarreflektioner knutna till undervisningsaktiviteten "5-och 10-masken" (skärmdump av Powerpoint, mars 2022).

Genom att använda reflektionsunderlaget på detta sätt fick nytillkomna lärare och lärare som kände en viss osäkerhet i undervisningen, stöd genom att ta del av andra lärares undervisningserfarenheter. I fältanteckningar från möten (projektår 3) finns noteringar om lärare som sett det som värdefullt att ta del av andras reflektioner och sedan kunna använda dem i sin planering av samma aktivitet. Utifrån önskemål om att fler kollegor skulle delge sina reflektioner vid de digitala träffarna gjordes projektår 3 ytterligare en förändring av *hur* reflektionsunderlaget skulle användas. Lärare som planerade samma aktivitet vid träffen skulle inför nästkommande träff skicka sina reflektioner över genomförd undervisning till en av forskarna och till de kollegor som hade planerat samma aktivitet.

Analys av individuella reflektioner av undervisning

Genom en analys av de skriftliga individuella reflektionerna över de förändringar i undervisning som lärarna gjort mellan undervisningstillfällena, samt vilka förändringar de reflekterat över att göra inför kommande undervisning, har tre kategorier identifierats i analysen:

Kategori 1: Organisatoriska och praktiska förändringar

Kategori 2: Lärarens didaktiska handlingar

Kategori 3a: Lärarens matematikdidaktiska handlingar utifrån eleviakttagelser

Kategori 3b: Lärarens matematikdidaktiska handlingar i relation till aktivitetens syfte

Kategori 1, *Organisatoriska och praktiska förändringar* relaterar till arbetsformer (t.ex. gruppstorlek eller gruppammansättning utifrån kunskapsnivå), arbetssätt (t.ex. stationsarbete eller helklassamtal), digitala hjälpmedel, placering i klassrummet och undervisningspassets längd. Kategori 2, *Lärarens didaktiska handlingar* kännetecknas av lärarens förändrade handlingar för att eleverna ska lära sig. Det kan handla om att förtydliga instruktionen, pröva flera gånger, utveckla egen säkerhet i aktiviteten, ställa de planerade frågorna eller att komma ihåg att summera på slutet. Till skillnad från de organisatoriska och praktiska förändringarna är dessa reflektioner mer knutna till undervisningen. Däremot är de inte kopplade till en specifik aktivitet och motiverar heller inte varför dessa handlingar skulle synliggöra matematikinnehållet. I kategori 3a, *Lärarens matematikdidaktiska handlingar utifrån eleviakttagelser* och 3b, *Lärarens matematikdidaktiska handlingar i relation till aktivitetens syfte* kännetecknas reflektionerna av att förändringarna motiveras utifrån det man har sett att eleverna inte verkar ha lärt sig om det specifika matematiska innehållet i aktiviteten. Exempelvis kan det handla om hur materialet stöttar eleverna att se antal som grupper och på så sätt erbjuder alternativ till att räkna ett till ett, peka ut 5:an som referenstal eller att låta eleverna jämföra två sätt att visa en uppdelning av ett tal.

Projektår 3 relaterade flertalet reflektioner till eleviakttagelser och syftet med aktiviteten (kategori 3a och 3b). Det förekom även projektår 3 förslag på praktiska och organisatoriska förändringar, som att "en mindre gruppstorlek skulle ge bättre förutsättningar för lärande" men även att "en större grupp" elever skulle lämpa sig bättre då eleverna på så vis får ta del av fler strategier och mer hållbara sätt att lösa en uppgift. Projektår 3 var det vanligare att det i en och samma reflektion fokuseras både på organisatoriska förändringar och matematikdidaktiska handlingar, utifrån eleviakttagelser och aktivitetens syfte. Det kan jämföras med reflektioner från projektår 1 och 2 där flertalet reflektioner handlade om praktiska och organisatoriska förändringar. Enstaka reflektioner från projektår 1 motiverar förändringar utifrån eleviakttagelser och det matematiska innehållets behandling.

Sammanfattningsvis visar analysen att reflektionsunderlag är en nyckelkomponent i modellen för att skapa det gemensamma fundamentet för undervisning. Inte minst sättet på vilket de strukturerade punkterna i reflektionsunderlaget användes för såväl den individuella som den kollegiala reflektionen. Det förefaller som att reflektionsunderlagen i form av skriftlig reflektion, videoklipp av undervisning och exempel från elevintervjuer utvecklade modellen under projektår 1–3. Möjligheten att välja hur länge man ville stanna kvar i samma undervisningsaktivitet verkade vara en framgångsrik anpassning till den lokala kontexten. Likaså att dela de individuella reflektionerna med kollegor innan den gemensamma träffen, bidrog till en fördjupad diskussion. Loggboken (projektår 1) och Lektionsplaneringsmallen (projektår 2) gav inte det stöd för utveckling av matematikundervisning som hade önskats. Summeringen av enskilda och kollegiala reflektioner i slutet av respektive lärarträff visade sig däremot vara värdefull för utvecklingen av undervisning (se figur 4).

Kunskapsprodukt

Syftet med interventionen var att, utifrån praktikens frågeställningar i samverkan med forskare och genom kollegialt lärande, gemensamt bygga ett fundament för en hållbar matematikundervisning om tal och talrelationer med stöd av aktuell forskning. Under de fyra år som interventionen pågick har det getts möjlighet att genom en process, identifiera och förändra nyckelkomponenter i den modell som har tagits som utgångspunkt. Denna process har genererat en kunskapsprodukt som består av två delar. Den första delen är en undervisningsguide, med beprövade och designade undervisningsaktiviteter med tillhörande reflektioner, som tagits fram tillsammans med lärarna. Den andra delen i kunskapsprodukten är den undervisningsutvecklande modell med de nyckelkomponenter som haft avgörande betydelse för modellen och hur den har förfinats under interventionen.

Delarna i kunskapsprodukten har olika karaktär men sätter matematikundervisning och elevers lärande i fokus och ska ses som sammanflätade.

Undervisningsguide

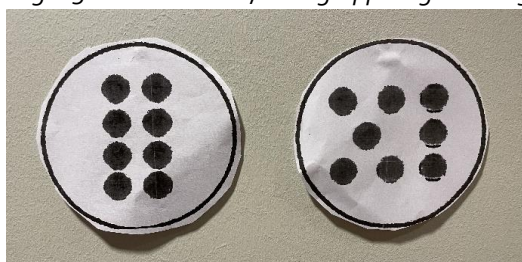
Kunskapsprodukten som beskriver de sju gemensamt dokumenterade undervisningsaktiviteterna är sammanställda i en undervisningsguide. Respektive undervisningsaktivitet innefattar en kort teoretisk forskningsbakgrund och en beskrivning av genomförandet (1–1½ A4-sida). Dokumentation som ligger till grund för undervisningsguiden skrevs fram under projektår 3 (se även figur 2) och sammanställdes under projektår 4. Undervisningsguiden har således sin förankring i nyckelkomponenten vetenskapligt förankrade undervisningsaktiviteter och karaktäriseras av en tydlig avgränsning av det matematiska innehållet i kombination med systematiskt utprovade aktiviteter med stark förankring i tidigare forskning.

Undervisningsguiden innehåller även material från nyckelkomponenten reflektionsunderlag, främst från de individuella och gemensamma reflektionerna (projektår 2 och 3). Dessa reflektioner har sammanfattats i punktform (½–1 A4-sida) för respektive aktivitet och under två huvudrubriker: "Vad är viktigt att tänka på?", som inkluderar praktiska och organisatoriska aspekter samt mer allmändidaktiska handlingar (kategori 1 och 2) och "Lärarens matematikdidaktiska handlingar" (kategori 3a och 3b). För att illustrera hur en sådan dokumentation kan se ut väljer vi en av undervisningsaktiviteterna som kallas "Prickar i grupper, lika men ändå olika", där syftet är att eleverna ska utveckla förmåga att uppfatta antal i grupper och att en helhet (antal prickar) kan bestå av sammansatta delar. Eleverna ska även ges möjlighet att se att antalet prickar i olika mönster kan vara grupperade på olika sätt. I aktiviteten ska läraren visa två prickmönster, antingen med samma antal och olika grupperingar (se figur 5a) eller olika antal men med liknande form (se figur 5b). Eleverna ska resonera om hur de ser mönstret och vilka likheter och skillnader de ser. I figur 5 finns exempel på prickmönster som läraren visar.

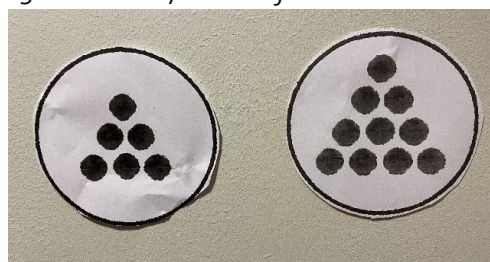
Figur 5a och 5b

Aktiviteten *Prickar i grupper, lika men ändå olika*

Figur 5a: samma antal, olika grupperingar



Figur 5b: olika antal, liknande form



I figur 6 ges exempel på lärarreflektioner ur undervisningsguiden. I reflektionen över undervisning av den här aktiviteten framkommer bland annat hur läraren kan stötta elever genom att erbjuda alternativ till att räkna prickarna en och en. Vidare ges förslag på vilka mönster som är lämpliga att jämföra (figur 6).

Figur 6

Exempel på lärarreflektioner tillhörande aktiviteten Prickar i grupper, lika men ändå olika

Gemensamma reflektioner (projektår 2 och 3)	
Vad är viktigt att tänka på?	
✓	Elmon/ dokumentkameran är lämplig att använda i denna aktivitet. Det blir lättare för eleverna att se mönstren.
✓	Aktiviteten fungerar med såväl en mindre som en större grupp. Det beror på storleken på bilderna och om dokumentkameran används eller inte.
✓	Börja med ett enklare mönster <i>och färre antal</i> prickar, så att alla kan vara med och resonera.
Lärarens matematikdidaktiska handlingar	
<i>Vad är lärarens ämnesdidaktiska roll i samband med genomförandet av aktiviteten? Hur kan lärarens handlingar möjliggöra elevers lärande?</i>	
✓	Viktigt att erbjuda alternativ till de som räknar prickarna en och en. Det kan göras genom att peka ut/ ringa in den del av mönstret som är lättast att se. Ex. i en pyramid med sex prickar, ringa in de tre på toppen och synliggör då sex som två treor.
✓	Påminn gärna eller jämför prickmönstren med hur prickarna ser ut på tärningen, då de är bekanta med dem.
✓	Använd gärna frågan: Hur kan man veta det?
✓	Utmana genom att jämföra fler än två mönster. Välj då mönster där exempelvis skillnaden är ett, eller där formen, ex. pyramiden blir större och större. Be eleverna resonera om vad som skiljer och hur en större pyramid skulle kunna se ut.

I de andra aktiviteterna i undervisningsguiden finns liknande dokumenterade reflektioner som de ovan, beskrivna till respektive aktivitet. Förutom beskrivningar av aktiviteter med tillhörande reflektioner ingår samma planerings- och reflektionspunkter som har använts tidigare i modellen. Denna del av kunskapsprodukten har sin förankring i nyckelkomponenten reflektionsunderlag och synliggör lärares beprövade erfarenhet.

Den undervisningsutvecklande modellen

Utöver den undervisningsguide som har tagits fram består kunskapsprodukten av den undervisningsutvecklande modell som har haft betydelse för upplägget av samverkansprojektet. Modellen tog sin utgångspunkt i EDR (Bakker, 2018; Van den Akker, 2013) och kännetecknas av en iterativ process innehållande komponenter som planering, undervisning, enskild och kollegial reflektion samt förfining av undervisning. Den modell vi ser kan utgöra en kunskapsprodukt har utvecklats utifrån identifierade nyckelkomponenter. Dessa har förändrats över tid och i relation till den lokala kontexten (se figur 2). Det som karaktäriserar denna del av kunskapsprodukten är vad, i det här fallet vilka komponenter, som har haft avgörande betydelse för att modellen ska fungera just som en undervisningsutvecklande modell. En nyckelkomponent är de vetenskapligt förankrade undervisningsaktiviteterna som genomförs flera gånger, där lärare får ta del av tidigare lärares reflektioner men även fortsätter att reflektera individuellt och tillsammans med kollegor över undervisning om tal och talrelationer. Stöd för reflektion finns i den andra nyckelkomponenten; de strukturerade planerings- och reflektionspunkterna och specifikt i reflektionspunkterna: "Vad verkar eleverna ha fått syn på/ Vad har de inte fått syn på? Hur såg du det?"

och ”Hur skulle du vilja förändra ytterligare för att fler elever ska lära sig det som har planerats?” Med andra ord är inte undervisningsguiden i sig tillräcklig för att den kunskapsprodukt som har tagits fram ska leda till en hållbar matematikundervisning på vetenskaplig grund. Därutöver behöver den undervisningsutvecklande modellen och de komponenter som har tagits i beaktande och förändrats över tid, vara en del i kunskapsprodukten. Analysen av processen visar att kunskapsprodukten, med dess två delar är nödvändig för att interventionen ska vara framgångsrik men även betydelsefull för andra som skulle vilja genomföra en liknande intervention.

Under projektår 4 användes undervisningsguiden av lärare som hade deltagit under de första tre åren men även av nytilkomna lärare. Aktiviteterna förväntades genomföras i alla kommunens förskoleklasser. Utifrån studiens resultat togs beslut av huvudman att undervisningsguiden framöver ska revideras varje år i samverkan mellan lärargrupper, forskare och kommunens lektor. Vid en av de gemensamma träffarna projektår 4 framkom ytterligare reflektioner kring lärarnas ämnesdidaktiska handlingar. Dessa skrevs in för respektive aktivitet. Det framfördes argument för att lägga till en av aktiviteterna som hade plockats bort inför projektår 4 (totalt 7 aktiviteter). Det beslutades även att kunskapsprodukten framöver ska spridas till kommunens lärare som inte har undervisat i förskoleklass tidigare samt till nyanställda lärare. Det femte projektåret ska dessa lärare erbjudas en introduktion av modellen och undervisningsguiden, av en lärare som har deltagit sedan start. Kunskapsprodukten är tillgänglig för lärare i förskoleklass, rektorer, specialpedagoger, kommunens utvecklingsledare, verksamhetschefen och kommunlektor via kommunens intranät.

Diskussion

Carlgren (2020) efterlyser en diskussion om interventioners utformning och hur dessa kan utvecklas genom iterativa processer. Vi hoppas att denna artikel har kunnat ge en realistiskt och nyanserad bild av hur en undervisningsutvecklande modell har utvecklats och förfinats i en långsiktig process. Vår avsikt har varit att beskriva undervisningsmodellen och dess identifierade nyckelkomponenter på ett så detaljerat sätt som möjligt. Vi menar att det inte är tillräckligt att identifiera och beskriva komponenterna (Century & Cassata, 2016) utan även förklara hur nyckelkomponenterna har förändrats över tid och därmed kan ses som avgörande för interventionen och för den kunskapsprodukt som har tagits fram i samverkan mellan lärare och forskare.

I ett retrospektivt perspektiv ser vi hur valen av reflektionsunderlag (Harvey & Teledahl, 2022) och sättet på vilka de har använts verkar vara avgörande för undervisningsutvecklingen. Reflektionsunderlag i form av videoklipp och skärmdumpar från undervisning ledde till fördjupade kollegiala reflektioner. De strukturerade reflektionspunkterna bidrog till att reflektioner och diskussioner riktades mot elevers lärande och lärarens ämnesdidaktiska roll i undervisningen. Speciellt visade sig detta fungera väl då reflektionerna skickades till kollegor och forskare innan de gemensamma träffarna. Då fokuserades i större utsträckning på matematikdidaktiska handlingar utifrån eleviakttagelser och aktivitetens syfte, vilket ledde till en mer fördjupad kollegial reflektion. Flertalet av dessa reflektioner kom att utgöra en bärande del i kunskapsprodukten undervisningsguide. Med utgångspunkt i denna studie vill vi argumentera för att reflektionsunderlag, specifikt i form av strukturerade planerings- och reflektionspunkter och hur dessa har använts, kan tas som utgångspunkt i andra liknande undervisningsutvecklande projekt.

Praktiska frågor som tid för deltagande är en förutsättning för aktivt deltagande i praktisknära forskningsprojekt (Eriksson, 2018). I vårt projekt har dessa förutsättningar varit goda, inte minst genom framförhållning, terminsplanering och korta kommunikationsvägar till lärare, rektorer och kommunledning. Lärarnas tid för deltagande har prioriterats av skolledningen. Däremot har det periodvis legat en utmaning i att alla lärare har förväntats delta i interventionen, genom

att undervisa och bidra med sina erfarenheter. Vi tror att stödet från mer erfarna kollegor, viss frihet i valet av aktiviteter (projektår 3) och den framarbetade undervisningsguiden med ett begränsat antal undervisningsaktiviteter, kan ha bidragit till en större delaktighet. Eftersom interventionen har pågått under en lång tid upplever vi att forskarnas expertroll har tonats ner och att lärarna har blivit mer aktiva och bidragit med fördjupade reflektioner kring undervisning och lärande.

Erfarenheter från samverkansprojektet indikerar att undervisningsutveckling, utifrån en mindre välkänd ansats (den strukturella ansatsen till undervisning och lärande om tal) tar tid. Att starta i vetenskapligt förankrade undervisningsaktiviteter från tidigare forskningsprojekt och utveckla dessa för att sedan designa och förfina nya uppgifter som bygger på samma principer, tror vi har varit betydelsefullt för undervisningsutvecklingen. Likaså att genomföra samma undervisningsaktivitet flera gånger, såväl under samma som efterföljande läsår och fortlöpande reflektera över elevers lärandemöjligheter, ser vi som avgörande för att bygga ett fundament för en hållbar matematikundervisning.

De flesta interventioner resulterar oftast i någon slags kunskapsprodukt utvecklad i samverkan mellan lärare och forskare (Van den Akker, 2013). Kunskapsprodukten som har utvecklats i detta projekt kan sägas ha likheter med tidigare studier (jfr Ekdahl, 2020; Višňovská m.fl., 2023) då undervisningsaktiviteter har designats och utgångspunkten har tagits i tidigare forskning. Kunskapsprodukten (Siegler & Thompson, 2009) har vi försökt att beskriva så detaljerat som möjligt. Kanske skulle någon se det som att projektet har genererat två kunskapsprodukter, vilket skulle kunna vara fullt möjligt (Lindberg m.fl., 2023), om undervisningsguiden och den undervisningsutvecklande modellen med tillhörande nyckelkomponenter ses som åtskilda. Kännetecknande för vår kunskapsprodukt är däremot att den utarbetade guiden är sammanflätad med vår modells komponenter, då reflektionsunderlagen används i relation till de vetenskapligt förankrade undervisningsaktiviteterna i undervisningsguiden. Vidare menar vi att undervisningsguiden inte ska ses som en statisk produkt, likt ett läromedel, utan är tänkt att revideras kontinuerligt utifrån lärares reflektioner efter genomförd undervisning.

Undervisningsguiden har ett tydligt fokus på undervisning och vad eleverna förväntas lära sig om tal och talrelationer. Den är i hög grad praktisknära då dess innehåll är framtaget i nära samverkan med lärare under en längre tid, och i nära anslutning till klassrummen. Genom de vetenskapligt förankrade undervisningsaktiviteterna och reflektioner över undervisningen, har den beprövade erfarenheten dokumenterats, kommunicerats och prövats på nytt. De i punktform formulerade reflektionerna till respektive aktivitet är konkret formulerade. Då framtagandet av vår kunskapsprodukt bygger på en hög grad av medverkan av lärare (jfr Gueudet m.fl., 2013) argumenterar vi för att lärares sätt att formulera förslag på förändringar av undervisning och sättet på vilket det har skrivits fram, har varit viktigt under hela processen. Undervisningsguiden innehåller ett mycket begränsat antal undervisningsaktiviteter (sju) vilket skiljer sig från Tänka, Resonera och Räkna (TRR) i förskoleklass (Sternér & Helenius, 2015) där antalet aktiviteter som lärare förväntas genomföra är betydligt fler.

Några av de dokumenterade undervisningsaktiviteterna provas och förfinas nu i ett annat forskningsprojekt. De används även av studenter på forskarnas lärosäte. Kunskapsprodukten sprids också till andra lärare inom den aktuella kommunen. Detta sätt att sprida kunskap utanför klassrum och lokal kontext (kommunen) är viktigt för att kunskapen ska kunna användas och utvecklas ytterligare av andra lärare (jfr Andrée & Eriksson, 2019). Undervisningsguiden med aktiviteter och lärarreflektioner skulle kunna användas av enskilda lärare i andra kommuner och förfinas ytterligare. Likaså skulle de utarbetade planerings- och reflektionspunkterna mycket väl kunna användas i planering av och reflektion för undervisning oavsett ämne och

åldersgrupp. Utifrån genomförd studie, vill vi hävda att lärare behöver ta del av den beprövade erfarenheten i guiden, pröva aktiviteterna flera gånger med sina elever och fortsätta reflektera (individuellt och kollegialt) över vad i undervisningen som kan förfinas ytterligare för att fler elever ska lära sig det som avses. Om syftet är att generera en hållbar (matematik)undervisning är inte undervisningsguiden tillräcklig, utan modellen och dess nyckelkomponenter behöver också tas i beaktande.

Avslutningsvis har vi, lärare och forskare, genom en långsiktig intervention bidragit till en utveckling av matematikundervisning på vetenskaplig grund. Samverkansprojektet har gett möjlighet att fördjupa kunskaper om lärande och undervisning om tal och talrelationer. Lärare har tillsammans med kollegor och forskare i en iterativ process prövat och dokumenterat undervisningsaktiviteter med stöd av den undervisningsutvecklande modellen. I samverkansprojektet har lärare aktivt deltagit i att ta fram en kunskapsprodukt som kan bidra till en fortsatt utveckling av undervisning. Vi har låtit det ta tid. Undervisningsutveckling måste få ta tid!

Tack

Tack till alla deltagande lärare och elever i förskoleklass, kommunlektor, rektorer och verksamhetschef. Tack också till ULF försöksverksamhet (www.ulfavtal.se).

Referenser

- Andrée, M. & Eriksson, I. (2019). A research environment for teacher-driven research—some demands and possibilities. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 9(1), 67–77. <https://doi.org/10.1108/IJLLS-02-2019-0015>
- Bakker, A. (2018). *Design research in education: A practical guide for early career researchers*. Routledge.
- Baroody, A. & Purpura, D. (2017). Early number and operations: Whole numbers. I J. Cai (Red.), *Compendium for research in mathematics education* (s. 308–354). National Council of Teachers of Mathematics.
- Björklund C., Ekdahl A.-L. & Runesson Kempe, U. (2020). Implementing a structural approach in preschool number activities. Principles of an intervention program reflected in learning. *Mathematical Thinking and Learning*, 23(1), 72–94. <https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1756027>
- Björklund, C., Marton, F. & Kullberg, A. (2021). What is to be learnt? Critical aspects of elementary arithmetic skills. *Educational Studies in Mathematics*, 107(2), 261–284. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10045-0>
- Carlgren, I. (2012). The learning study as an approach for “clinical” subject matter didactic research. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 1(2), 126–139. <https://doi.org/10.1108/20468251211224172>
- Carlgren, I. (2020). Redaktionell kommentar 2020: 1. *Forskning om undervisning och lärande*, 8(1), 3–8.
- Century, J., Rudnick, M. & Freeman, C. (2010). A framework for measuring fidelity of implementation: A foundation for shared language and accumulation of knowledge. *American journal of evaluation*, 31(2), 199–218. <https://doi.org/10.1177/1098214010366173>
- Century, J. & Cassata, A. (2016). Implementation research: Finding common ground on what, how, why, where, and who. *Review of research in education*, 40(1), 169–215. <https://doi.org/10.3102/0091732X16665332>

- Cobb, P., Boufi, A., McClain, K. & Whitenack, J. (1997). Reflective discourse and collective reflection. *Journal for research in mathematics education*, 28(3), 258–277. <https://doi.org/10.2307/749781>
- Cobb, P., Confrey, J., DiSessa, A., Lehrer, R. & Schauble, L. (2003). Design experiments in educational research. *Educational researcher*, 32(1), 9–13. <https://doi.org/10.3102/0013189X032001009>
- Denscombe, M. (2017). *The good research guide: For small-scale social research projects*. McGraw-Hill Education.
- Ekdahl, A.-L. (2019). *Teaching for the learning of additive part-whole relations: The power of variation and connections*. [Doktorsavhandling, Jönköping University].
- Ekdahl, A.-L. (2020). Different learning possibilities from the same activity—Swedish preschool teachers' enactment of a number relation activity. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 65(4), 601–614. <https://doi.org/10.1080/00313831.2020.1739131>
- Eriksson, I. (2018). Lärares medverkan i praktisknära forskning: Förutsättningar och hinder. *Utbildning och Lärande*, 12(1), 27–40.
- Eriksson, I. (2021). Från att veta vad som fungerar till att driva utveckling av undervisningen. I Å. Hirsh & A. Olin (Red.), *Skolutveckling i teori och praktik* (s. 185–200). Gleerups.
- Fejes, A. & Thornberg, R. (2015). *Handbok i kvalitativ analys* (2 uppl.). Liber AB.
- Gravemeijer, K. & Cobb, P. (2013). Design research from the learning design perspective. I T. Plomp & N. Nieveen (Red.), *Educational design research* (s. 73–113). Netherlands institute for curriculum development.
- Gueudet, G., Pepin, B. & Trouche, L. (2013). Collective work with resources: An essential dimension for teacher documentation. *ZDM*, 45, 1003–1016. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0527-1>
- Harvey, F. & Teledahl, A. (2022). Characteristics of professional learning communities in mathematics: A systematic review. *Mathematics Teacher Education and Development*, 24(1), 72–95.
- Jaworski, B. (2006). Theory and practice in mathematics teaching development: Critical inquiry as a mode of learning in teaching. *Journal of mathematics teacher education*, 9(2), 187–211. <https://doi.org/10.1007/s10857-005-1223-z>
- Joffredo-Le Brun, S., Morellato, M., Sensevy, G. & Quilio, S. (2018). Cooperative engineering as a joint action. *European Educational Research Journal*, 17(1), 187–208. <https://doi.org/10.1177/1474904117690006>
- Jordan, N. C., Glutting, J., Dyson, N., Hassinger-Das, B. & Irwin, C. (2012). Building kindergartners' number sense: A randomized controlled study. *Journal of educational psychology*, 104(3), 647–660. <https://doi.org/10.1037/a0029018>
- Konrad, U. & Bakker, A. (2018). From implementer to co-designer: A teacher's changing role in a design research project. I A. Bakker (Red.), *Design research in education: A practical guide for early career researchers* (s. 246–254). Routledge.
- Kullberg, A., Vikström, A. & Runesson, U. (2020). Mechanisms enabling knowledge production in learning study. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 9(1), 78–91. <https://doi.org/10.1108/IJLLS-11-2018-0084>
- Lindberg, V., Kempe, U. R. & Eriksson, I. (2023). Kunskapsprodukter för lärarprofessionen—Skolforskningsinstitutets projekt 2016 och 2017. *Forskning om undervisning och lärande*, 11(3), 58–84. <https://doi.org/10.61998/forskul.v11i3.18052>
- Marton, F. (2015). *Necessary conditions of learning*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315816876>

- McKenney, S. & Reeves, T. C. (2013). Systematic review of design-based research progress: Is a little knowledge a dangerous thing? *Educational researcher*, 42(2), 97–100. <https://doi.org/10.3102/0013189X12463781>
- McKenney, S. & Reeves, T. (2018). *Conducting educational design research*. Routledge.
- Morris, A. K. & Hiebert, J. (2011). Creating shared instructional products: An alternative approach to improving teaching. *Educational Researcher*, 40(1), 5–14. <https://doi.org/10.3102/0013189X10393501>
- Mulligan, J. T., Mitchelmore, M. C., English, L. D. & Robertson, G. (2010). Implementing a pattern and structure mathematics awareness program (PASMAT) in Kindergarten. I C. Hurst, L. Sparrow & B. Kissane (Red.), *Proceedings of the 33rd Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia Mathematics Education Research Group of Australasia* (s. 796–803). Mathematics Education Research Group of Australasia.
- Neuman, D. (1987). *The origin of arithmetic skills: A phenomographic approach*. [Doktorsavhandling, Göteborgs universitet].
- Neuman, D. (2013). Att ändra arbetssätt och kultur inom den inledande aritmetikundervisningen. *Nordic Studies in Mathematics Education*, 18(2), 3–46.
- Nieveen, N. & Folmer, E. (2013). Formative evaluation in educational design research. *Design Research*, 153(1), 152–169.
- Pepin, B., Gueudet, G. & Trouche, L. (2013). Re-sourcing teachers' work and interactions: A collective perspective on resources, their use and transformation. *ZDM*, 45, 929–943. <https://doi.org/10.1007/s11858-013-0534-2>
- Plomp, T. (2013). Educational design research: An introduction. I T. Plomp & N. Nieveen (Red.), *Educational design research* (s. 11–50). Netherlands institute for curriculum development.
- Runesson, U., Löfström, A. & Hellquist, B. (2018). Beyond the borders of the local: How “instructional products” from learning study can be shared and enhance student learning. *International Journal for Lesson and Learning Studies*, 7(2), 111–123. <https://doi.org/10.1111/ejed.12336>
- Sarama, J. & Clements, D. H. (2009). *Early childhood mathematics education research: Learning trajectories for young children*. Routledge.
- Selander, S. & Kress, G. (2021). *Design för lärande: ett multimodalt perspektiv*. Studentlitteratur AB.
- Sensevy, G., Quilio, S. & Mercier, A. (2015). Arithmetic and comprehension at primary school. I X. Sun, B. Kaur & J. Novotna (Red.), *Proceedings of ICMI STUDY 23: Primary mathematics study on whole number*, (s. 472–479). University of Macau.
- Skolverket. (2019) Kartläggning i förskoleklass. <https://www.skolverket.se/undervisning/forskoleklassen/kartlaggning-i-forskoleklassen>
- Skolverket, (2022) *Läroplan för grundskolan, förskoleklassen och fritidshemmet- Lgr 22*. <https://www.skolverket.se/download/18.2cb9doc18340c7dae31dd/1663664935672/pdf9718.pdf>
- Shimizu, Y. & Kang, H. (2022). Discussing students' thinking and perspectives for improving teaching: An analysis of teachers' reflection in post-lesson discussions in lesson study cycles. *ZDM–Mathematics Education*, 54(2), 419–431. <https://doi.org/10.1007/s11858-022-01371-5>
- Stigler, J. W. & Thompson, B. J. (2009). Thoughts on creating, accumulating, and utilizing shareable knowledge to improve teaching. *The Elementary School Journal*, 109(5), 442–457. <https://doi.org/10.1086/596995>
- Sterner, G. & Helenius, O. (2015). Number by reasoning and representations—the design and theory of an intervention program for preschool class in Sweden. *Development of Mathematics Teaching: Design, Scale, Effects*, 159–168.

- Sterner, G., Nagy, C. & Nyström, P. (2023). A scaled-up mathematics intervention in preschool classes. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 1–11. <https://doi.org/10.1080/00313831.2023.2250352>
- Van den Akker, J., Gravemeijer, K., McKenney, S. & Nieveen, N. (2006). *Educational design research*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203088364>
- Van den Akker, J. (2013). Curricular development research as a specimen of educational design research. I T. Plomp & N. Nieveen (Red.), *Educational design research* (s. 52–71). Netherlands institute for curriculum development.
- Višňovská, J., Cortina, J. L. & Eckert, A. (2023). Resource design for re-sourcing teaching. I B. Pepin, G. Gueudet & J. Choppin (Red.), *Handbook of digital resources in mathematics education*. Springer International Publishing. https://doi.org/10.1007/978-3-030-95060-6_39-1
- Westerholm, K. & Samuelsson, J. (2020). Att utveckla god taluppfattning hos alla elever i förskoleklassen interventionsstudie i matematik. *Forskning om undervisning och lärande*, 8(2), 46–68.
- Widén, P. (2015). Textanalys. I A. Fejes & R. Thornberg. *Handbok i kvalitativ analys* (2 uppl., s. 176–193). Liber AB.
- Åkerfeldt, A. & Svärde Åberg, E. (2021). Designs for learning: A research approach. *International Journal of Educational Methodology*, 7(4), 547–555. <https://doi.org/10.12973/ijem.7.4.547>

Författarpresentationer

Anna-Lena Ekdahl

Anna-Lena Ekdahl är universitetslektor i didaktik vid Jönköping University. Hon forskar om barns matematiklärande och hur lärare i samarbete med forskare utvecklar undervisningen.

Birgitta Lundberg

Birgitta Lundberg är universitetsadjunkt i matematikdidaktik vid Jönköping University. Hon arbetar i lärarutbildningen och är medforskare i praktisknära forskningsprojekt.