

Matematikundervisning i förskolan – toddlare urskiljer kardinalitet genom att spela lotto

Originalartikel

Hanna Palmér^{1*} , Camilla Björklund²  & Lena Landgren

Sammanfattning

Denna artikel tar utgångspunkt i ett kombinerat forsknings- och utvecklingsprojekt som har bedrivits i samarbete mellan två forskare och tre förskollärare. Fokus i artikeln är hur ett lottospel, designat utifrån variationsteoretiska principer, kan göra det möjligt för toddlare (1–3 år) att urskilja kardinalitet som en grundläggande aspekt av tal. Utifrån analys av 195 videoinspelningar, där toddlare spelar lottospelet tillsammans med sin förskollärare, synliggörs dels hur de teoretiska utgångspunkterna för spelet realiseras i praktiken, dels vad matematikundervisning med förskolans yngsta kan innebära. Resultatet visar att lottospelets design möjliggör, men inte garanterar, att kardinalitet urskiljs av barnen. I vilken utsträckning kardinalitet urskiljs av barnen kan relateras till hur förskollärarna använder representationer och gester. Artikeln visar därmed på förskollärarens viktiga roll i tidig matematikundervisning.

Nyckelord: matematik, toddlare, kardinalitet, spela spel

Abstract

This article is based on a combined research and development project, conducted in collaboration between two researchers and three preschool teachers. The focus of the article is on how a lottery game, designed on variation theory informed principles, can enable toddlers (1- to 3-year-olds) to discern cardinality as a fundamental aspect of numbers. Based on the analysis of 195 video recordings, where toddlers play the lottery game together with their preschool teacher, the results visualize how the theoretical principles for the game are realized and what mathematics education with toddlers may imply. The results show that the design of the lottery game enables, but cannot guarantee, that cardinality is discerned by the children. The extent to which cardinality is discerned by the children can be related to how the preschool teachers use representations and gestures. The article thus shows the important role of the preschool teacher in early mathematics education.

Keywords: Mathematics, Toddlers, Cardinality, Game

¹ Linnéuniversitetet

² Göteborgs universitet

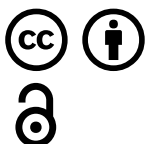
*Korresponderande författare:
Hanna Palmér
hanna.palmer@lnu.se

Forskning om undervisning och
lärande, vol. 12, nr 3, 2024, s. 7–21
DOI: [10.61998/forskul.v12i3.26662](https://doi.org/10.61998/forskul.v12i3.26662)
ISSN:2001-6131

Förhandspublicerad: 2024-08-29
Publicerad: 2024-10-14

© 2024 Författarna.

Denna artikel publiceras med öppen
tillgång under villkoren i Creative
Commons. Erkännande-licensen
[CC BY 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by/4.0/), som tillåter användning,
spridning och reproduktion i vilket
medium som helst, förutsatt att
originalverket är korrekt citerat.



Introduktion

Enligt förskolans läroplan ska det ingå undervisning i utbildningen och denna undervisning ska vila på vetenskaplig grund (Skolverket, 2018). Gällande vetenskaplig grund i förskolans utbildning finns en stor mängd forskning om yngre barn och matematik generellt och inom området tidig taluppfattning specifikt (se Pitta-Pantazi m.fl., 2014). Denna forskning visar att även yngre barn kan utveckla förståelse för olika innehållsområden inom matematik (English & Mulligan, 2013; McMullen m.fl., 2019; Vogt m.fl., 2018), och flera studier visar att denna tidiga förståelse inte enbart är viktig för barnen där och då, utan även har positiva effekter på senare skolprestationer. Dessa positiva effekter gäller inte enbart matematik utan även andra ämnesområden som naturvetenskap och läsning (Duncan m.fl., 2007; Perry & Dockett, 2008).

Trots den stora mängd forskning om yngre barn och tidig taluppfattning är det dock ytterst få av dessa studier som inkluderar forskning om undervisning, det vill säga forskning om *hur* förskolans undervisning kan eller bör utformas eller hur barn genom undervisning kan ges möjlighet att lära om tal och utveckla aritmetikfärdigheter. En utvärdering av Skolinspektionen (2017) visar vidare att matematikundervisningen i en majoritet av svenska förskolor behöver vidareutvecklas eftersom många förskollärare är osäkra på hur de kan undervisa i matematik. Denna osäkerhet leder, enligt Skolinspektionen, till att situationer i förskolan som skulle kunna stödja barns lärande, av till exempel tal och tidig aritmetik, ofta missas. Samtidigt som det finns vetenskaplig grund för vikten av att barn tidigt utvecklar förståelse för tal och aritmetik, finns det alltså både inom forskning och i förskolans praktik begränsade vetenskapligt grundade kunskaper om *hur* matematikundervisning med de yngsta barnen kan genomföras i förskolan. Det finns dock forskning som visar att vi inte kan ta för givet att barn uppmärksammar tal och aritmetik i omgivningen, tvärt om visar studier (t.ex. Hannula m.fl., 2005, 2007) att barn kan delta i situationer som, ur vuxnas perspektiv, innehåller tal och aritmetik utan att detta uppmärksammas av barnen. Hur barn genom undervisning kan uppmärksammas på tal och aritmetik i sin omgivning är därför av relevans att studera.

Eftersom undervisningsbegreppet av tradition inte har använts i förskolan i samma omfattning som i skolan är det dock inte självklart hur undervisning ska förstås i förhållande till förskolans verksamhet. I tidigare studier (Björklund & Palmér, 2019, 2024) har relationen mellan matematikundervisning och lek i förskolan problematiserats. Studierna visar att det är möjligt att i lek undervisa ett innehåll som bidrar till att leken utvecklas genom att barnen erbjuds nya erfarenheter och färdigheter inom lekens ramar. När undervisning gör möjligt för barn att utveckla för leken nödvändiga kunskaper kan detta driva leken framåt. Det kräver dock att interaktionen mellan förskollärare och barn samtidigt är riktad både mot målet för leken och mot hur barnet förstår det för leken nödvändiga innehållet. Ofta blir dock den matematik som undervisas inte nödvändig för en lek eller aktivitet, utan i stället påklistrad, vilket i värsta fall kan leda till att barn får en felaktig bild av matematik som något som inte har med deras livsvärld och intressen att göra.

Denna artikel tar utgångspunkt i ett kombinerat forsknings- och utvecklingsprojekt som har bedrivits i nära samarbete mellan två forskare och tre förskollärare som arbetar på tre olika förskolor. Syftet med projektet har varit att utveckla förskoledidaktik med fokus på tal- och tidig aritmetikförståelse. Matematikinnehållet i studien utgår ifrån förskolans läroplan i vilken antal, kvantiteter och ordning lyfts fram som exempel på matematiskt innehåll som förskolan ska ge varje barn förutsättningar att utveckla förståelse för (Skolverket, 2018).

En del av det kombinerade forsknings- och utvecklingsprojektet som utgör utgångspunkt för denna artikel har fokuserat hur redan pågående aktiviteter i förskolan kan utvecklas till matematikundervisning där toddlare (1–3 år) ges möjlighet att utveckla förståelse för tal. Då tidigare

studier (bl.a. Breive m.fl., 2018) har visat på begränsningar vid implementering av undervisning utvecklad enbart av forskare, gjorde forskarna inledningsvis observationer av förskolornas pågående verksamhet. Observationerna gav information om aktiviteter som toddlarna ägnade sig åt spontant, samt på vilka sätt de engagerade sig i de av förskollärarna planerade aktiviteter. Dessa observationer visade att olika typer av lottospel var en aktivitet som toddlarna ofta deltog i varför ett lottospel designades utifrån variationsteoretiska utgångspunkter (se avsnitt Teoretisk grund för lottspelet) och tidigare forskning. Dessa utgångspunkter borde teoretiskt göra det möjligt för barnen att urskilja tals kardinalitet genom spelet. Lottspelet prövades och utvärderades empiriskt i tre förskolor i en iterativ och kollaborativ process under tre terminer. 195 videoinspelningar där toddlare spelar lottspelet tillsammans med förskollärare ligger i denna artikel till grund för analys av förskollärarnas strategier för att hjälpa barnen att urskilja kardinalitet som en för leken nödvändig kunskap för att framgångsrikt spela spelet. Syftet är att fördjupa förståelsen för hur undervisning vid spelande av lottspelet kan bidra till att toddlares förmåga att urskilja kardinalitet. Följande frågor fokuseras specifikt på:

1. Vilka strategier använder förskollärarna för att hjälpa barnen att urskilja kardinalitet när de spelar lottspelet?
2. Hur möjliggör dessa strategier att barnen kan urskilja olika aspekter av kardinalitet?

Tidigare forskning

I detta avsnitt presenteras inledningsvis tidigare forskning om lek och undervisning i förskolan följt av ett avsnitt med fokus på kardinalitet, representationer och gester.

Lek och matematikundervisning i förskolan

Det finns ingen samstämmighet i hur lek bör definieras (Pramling m.fl., 2019) och liknande osäkerhet råder även kring definition av undervisning i förskolan (Sheridan & Williams, 2019). En följd av dessa oklarheter är att även sambandet mellan lek och undervisning blir oklart. Trots att lek och undervisning ibland skrivs fram som olika verksamheter (se t.ex. Sundsdal & Øksnes, 2015) finns det dock många likheter och gemensamma drag som ger anledning till att närmare studera hur lek och undervisning kan ses som kompletterande eller till och med sammanflätade verksamheter (Pramling m.fl., 2019).

En gemensam aspekt för lek och undervisning är att de båda inbegriper ramar och regler. I undervisningssammanhang är det oftast den vuxna, förskolläraren, som har mandat att sätta upp ramar och regler för vad som ska göras och vad som får göras. I lek är det vanligen lekdeltagarna själva som sätter ramar och regler för vad man kan och får göra. Ramarna och reglerna är dock i ständig omförhandling och driver på så sätt leken framåt. En annan gemensam aspekt för lek och undervisning är att båda alltid har en riktning. Lekens riktning beskrivs dock vanligen som öppen att ta oförutsägbara vägar, samtidigt som lek alltid har ett syfte och en strävan mot något mål "vi leker affär där du är försäljare och det kommer en tjuv". Undervisningens riktning har dock ett tydligare mål gällande ett innehåll som någon förväntas utveckla sitt kunnande om (Pramling Samuelsson & Pramling, 2013).

När lek och undervisning vävs samman, kan det utifrån ovanstående resonemang uppstå ett spänningsfält mellan lekens frihet och omförhandlingsbara ramar och mål, och undervisningens innehållsorienterade ramar och mål (Björklund & Palmér, 2019). Leken som fokuseras på i denna artikel är spelandet av ett lottospel. I spelet är det inte lekdeltagarna som sätter ramar och regler för vad som ska eller får göras utan ramar och regler tillhör spelet som sådant (även

om de givetvis kan omförhandlas av dem som spelar). Vidare är riktningen å ena sidan bestämd, avseende spelets mål, men å andra sidan kan vägen till detta mål se olika ut där den vuxne är deltagare i spelet på samma villkor som barnen. På så vis kan spelande av spel förstås som en aktivitet där gränserna mellan lek och undervisning i stor utsträckning suddas ut. Synen på den vuxnes roll som en medspelare i leken är i linje med van Oers (2010) som beskriver lek som aktiviteter där både barn och vuxna är fria att utforska olika innehåll och initiera olika riktningar för leken. Den vuxne är då en deltagare i leken på lika villkor som barnen, samtidigt har denne också ansvar för att lärande i leken görs möjligt, bland annat genom att ställa relevanta riktade frågor eller erbjuda material, miljöer och problem att lösa inom lekens ramar.

Kardinalitet, representationer och gester

Den kanske mest vanliga frågan av matematisk karaktär som barn i förskoleåldern möter är "kan du räkna hur många?". Det som frågas efter är ett exakt antal element i en given mängd (Gelman & Gallistel, 1978). Kardinalitet, i betydelsen exakt antal element i en given mängd, har under lång tid varit av stort intresse inom forskning om matematiklärande. Att uppfatta att räkneord kan betyda ett exakt antal och att två mängder kan bestå av samma eller olika "månghet" är inte en förståelse som barn föds med. I stället utvecklar barn vanligtvis den förståelsen under sina första fyra levnadsår och därefter fortsätter förståelsen för tal att utvecklas och nyanseras som en del av den viktiga taluppfattningen som aritmetik- och även andra matematikfärdigheter bygger på (Fuson, 1992). Givetvis varierar kunskaperna om tal mellan barn (Björklund m.fl., 2022). Man har dock i jämförande studier sett att barn generellt utvecklar förståelse för kardinalitet i tre till fyraårsåldern, oberoende av var i världen de växer upp (Sarnecka m.fl., 2017) men med viss skillnad beroende på hur olika språk gör skillnad på ord i singular och plural (Sarnecka m.fl., 2007; Wynn, 1990, 1992). I svenska görs till exempel skillnad mellan en hund och två hundar, men är det tre eller flera har hundarna samma pluraländelse som två. Studier har dokumenterat att barn successivt uppfattar kardinalitet för mängden ett, följt av mängden två och därefter tre, men att när barnen uppfattar kardinalitet av mängden fyra generaliseras vanligtvis förståelsen så att alla tal får en kardinal betydelse (Bloom & Wynn, 1997; Sarnecka & Carey, 2008).

När ett barn får frågan "hur många" förväntas de svara med ett räkneord, eller genom att visa ett antal fingrar som betyder det totala antalet i den givna mängden. För att komma fram till svaret på frågan "hur många" är ett, för barn, vanligt tillvägagångssätt att räkna upp ett räkneord för varje föremål och samtidigt peka på ett föremål i taget för att på så vis hålla ordning på vilka föremål som räknats. Detta tas ofta som ett uttryck för att barn uppmärksammar hur kvantiteter och räkneord på något sätt hör ihop. Att använda sig av räkneord där kardinalitet är den framträdande innebörden förutsätter därutöver kunskap om hur räkneord eller andra representationer kan användas för att kommunicera detta samband. Eftersom tal inte är objekt i fysisk mening (man kan inte "ta" på ett tal utan tal är en egenskap hos en mängd objekt) är innebörden endast tillgänglig genom någon form av representation. Med representation avses tecken, verbala uttryck eller objekt som står för (representerar) något annat än sig självt (Goldin & Shteingold, 2001). Dessa representationer kan vara perceptuellt lika men matematiskt olika (till exempel två respektive tre prickar), eller perceptuellt olika men matematiskt lika (till exempel tre prickar och tre fingrar). I många situationer som barn möter förekommer det åtminstone två representationer som används mer eller mindre medvetet (Duval, 2006). Representationer som ofta framhålls i matematikdidaktisk forskning är verbala och skrivna symboler, bilder, verkliga situationer samt modeller (Lesh, 1981). Samtidigt som representationer hänvisar till en viss betydelse är dessa tillgängliga för tolkningar, manipulationer och diskussion endast genom representationerna (Goldin, 2014).

Forskning om representationer bedrivs inom flera olika fält och, även om de teoretiska grunderna för forskningen skiljer sig åt, delas slutsatsen att matematiklärande involverar och stärks av förmågan att göra kopplingar och se samband inom och mellan representationer (se Duval 2006; Goldin, 2014; Lesh 1987). Sådana kopplingar och samband urskiljs dock inte automatiskt av barn utan behöver pekars ut, till exempel i undervisning (Björklund m.fl., 2021). Genom att i undervisning erbjuda olika representationer kan barn erfara hur samma innehåll kan representeras på olika sätt och hur växlingar inom och mellan olika representationer kan göras utan att själva innebörden för det som representeras förändras. En nyligen genomförd studie om hur representationer möjliggör lärande av matematik för toddlare, i samband med bokläsning, visade att variation inom en representation (till exempel variation av fingermönster) möjliggjorde för barnen att urskilja antal i större utsträckning än variation mellan representationer (till exempel fingermönster och verbala symboler) (Björklund & Palmér, 2022). Det finns också belägg för att barn som använder fler representationsformer (även om de inte används på korrekt sätt) i högre utsträckning och tidigare utvecklar förståelse för kardinalitet än barn som använder en representation mer ensidigt (Gibson m.fl., 2019).

Vidare används ofta gester tillsammans med representationer vilket har visats främja matematiklärande för yngre barn (Ping & Goldin-Meadow, 2008; Robutti, 2014; Valenzano m.fl., 2003). Det finns olika typer av gester som kan användas för olika ändamål där pekande gester syftar till att rikta uppmärksamheten mot ett specifikt objekt, representativa gester syftar till att synliggöra mening bokstavligt eller metaforiskt (till exempel att göra en inramande cirkulär rörelse med handen för att synliggöra en gruppering av föremål), samt motoriska och rytmiska gester som att räkna högt och peka på de räknade föremålen i en en-till-en-korrespondens (McNeill, 2005). Gester har på så sätt visat sig vara en resurs för att stödja kopplingar från en representation till en annan (Radford, 2003).

Teoretisk grund för lottospelet

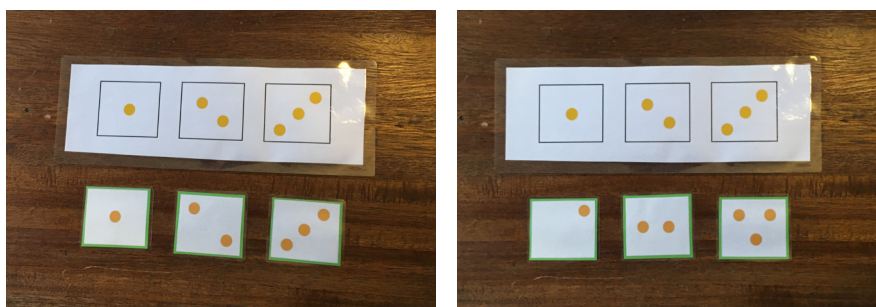
Lottospelet utvecklades utifrån variationsteoretisk (VT, se Marton, 2015) grund i syfte att möjliggöra de bästa förutsättningarna för toddlarna att i spelet urskilja kardinalitet som en aspekt av tal. VT riktar uppmärksamheten mot hur en individ uppfattar innebörden av ett fenomen. I varje situation kan flera aspekter av ett fenomen urskiljas, och de som urskiljs är avgörande för hur fenomenet i fråga uppfattas. Barn som hör räkneord användas i ett visst sammanhang kan därför uppfatta och använda räkneord på distinkt skilda sätt; vissa barn uppfattar tals kardinalitet och tolkar då räkneord som att de beskriver en samlad helhet av delar, medan ett annat barn uppfattar räkneord som ord i en bestämd ordning men saknar kardinal innebörd. Det som gör att barnen uppfattar och använder räkneord på olika sätt är då, enligt en variationsteoretisk förklaring, att det första barnet har urskilt aspekten kardinalitet men inte det andra barnet (se även Björklund m.fl., 2021). Enligt VT innebär lärande att en individ urskiljer nya och nödvändiga aspekter av ett fenomen och teorin erbjuder strategier för hur en aktivitet (undervisning) kan utformas för att rikta barns uppmärksamhet mot aspekter för dem att urskilja. Denna riktning kan möjliggöras genom mönster av variation och invarians där enbart de aspekter man önskar att barnet ska urskilja varieras gentemot en invariant "bakgrund". Det innebär till exempel att kardinalitet är mer sannolikt att urskiljas om en samling föremål jämförs med en annan samling föremål som förutom skillnad i antal föremål i övrigt är identiska och inte varierar till exempel avseende färg eller storlek. Om flera olika aspekter varierar (antal, färg, storlek) är det svårt för barn (och vuxna) att urskilja de, för situationen relevanta, aspekterna. Till exempel om såväl färg, form som antal varierar uppmärksammar barn oftare färger och former än numeriska aspekter när de spelar memory (Chan & Mazzocco, 2017).

Genom att använda mönster av variation och invarians i utformning av undervisning kan barns möjligheter att urskilja nödvändiga aspekter av antal främjas. En pedagogisk utmaning är dock att implementera sådana principer i aktiviteter där det matematiska innehållet är meningsfullt både för barnen och aktiviteten i fråga. Denna pedagogiska utmaning antogs i utvecklingen av lottospelet.

Ett lottospel betyder ett spel med en spelplan och spelkort där par ska hittas utifrån likheter mellan spelplanen och spelkortet. Dessa likheter kan till exempel bestå av likheter i färger eller bilder. I studien utvecklades ett lottospel som beskrivs nedan och illustreras i figur 1.

Figur 1

Bild av Lottospelet



Spelplanen bestod av tre rutor med en prick i den första rutan, två prickar i den andra rutan och tre prickar i den tredje rutan. (I projektet utvecklades även en motsvarande variant där fyra prickar inkluderades.) I linje med VT var prickarna likadana avseende färg och form, medan antalen varierar. Till en början användes tre spelkort där prickarna var placerade identiskt med prickarna på spelplanen (villkor 1, se figur 1 till vänster). Det betyder att barnen inte behöver urskilja kardinalitet för att matcha spelkort med rutorna på spelplanen utan i stället kan prickarnas mönster användas för att matcha spelkortet. Denna version spelades för att introducera barnen till reglerna för lottospelet. När barnen förstod reglerna byttes spelkortet till kort där prickarna inte längre var ordnade i samma mönster som på spelplanen (villkor 2, se figur 1 till höger). Nu behövde barnen urskilja antalet prickar för att matcha spelkort och ruta på spelplanen och därmed introducerades kardinalitet som en aspekt att beakta i spelet. I enlighet med variationsteoretiska principer är avsikten att barnen först urskiljer att antalet prickar är olika mellan rutorna på spelplanen, därefter blir det möjligt att generalisera innebörden av antal i och med att placeringen på prickarna varierar medan antalen som ska paras ihop är samma. För att para ihop rätt kort med bild på brickan behöver kardinaliteten hos prickmönstren urskiljas.

Metod

Det empiriska materialet i artikeln kommer som nämnts från ett kombinerat forsknings- och utvecklingsprojekt som bedrivits i nära samarbete mellan två forskare och tre förskollärare från tre förskolor. Forskarna och förskollärarna har samarbetat under två år med att utveckla matematikundervisning för förskolans yngsta barn. Aktiviteter utvecklades, prövades och utvärderades i en iterativ process.

Eftersom förskollärarna var de som kände barnen genomförde de aktiviteterna på förskolorna som en del av den ordinarie pedagogiska verksamheten, dock med skillnaden att aktiviteterna genomfördes i ett avskilt rum. Att genomförandet skedde i ett avskilt rum var för att möjliggöra datainsamling avseende nödvändig ljud- och bildkvalitet (videoinspelning) samt forskningsetiska principer om medverkan, det vill säga att endast barn vars vårdnadshavare gett sitt infor-

merade samtycke deltog när aktiviteten dokumenterades med video. Förskolläraren erbjöd varje gång ett eller flera barn att delta.

Aktiviteten med Lottospelet pågick i genomsnitt i tre minuter långa spelsekvenser. Förskollärarna dokumenterade genomförandet med video. Dessa videoinspelningar var utgångspunkten när forskarna och förskollärarna träffades två timmar varannan vecka under dessa tre terminer för att utvärdera och vidareutveckla aktiviteterna (totalt cirka 30 möten). Under de tre terminer som Lottospelet prövades, gjordes därmed kontinuerligt utvärderingar gemensamt av lärarna och forskarna av hur barnen responderade i spelet, vilket kunnande de gav uttryck för, samt vilket villkor barnen skulle spela Lottospelet vid nästa tillfälle.

I studien deltog 27 barn vars vårdnadshavare gav sitt informerade samtycke. I studien behandlas inga känsliga personuppgifter¹, dock har etiska riktlinjer för forskning avseende information, samtycke och konfidentialitet följts i studiens alla skeden. Att göra forskning med yngre barn innebär att etiskt balansera barns rätt till integritet och barns rätt att göra sin röst och vilja hörd. Eftersom det var förskollärarna, som väl känner barnen, som genomförde aktiviteterna med dem kunde de känna av när barnen ville delta eller inte och det blev tidigt i studien tydligt att även de yngsta barnen i förskolan visar, ofta mycket tydligare än äldre barn, när en aktivitet inte längre intresserar dem.

Analys

Analysen för denna artikel är baserad på 195 videoinspelningar (9 timmar och 40 minuter) av förskollärare och barn som spelar Lottospelet. Inspelningarna gjordes under en period av ett år. Första steget i analysen var att identifiera episoder av undervisning i filmerna. Undervisning definierades som att förskolläraren introducerar en för barnet ny strategi eller ny representation som barnet eller barnen svarar på direkt eller längre fram i episoden (se Björklund & Palmér, 2019; 2022). I de 195 analyserade videoinspelningar dokumenterades 73 episoder som undervisning utifrån denna definition. I vissa videoinspelningar förekommer flera instanser av undervisning medan det finns flera videoinspelningar utan instanser av undervisning. Videoinspelningar utan undervisning innehåller flertalet exempel på interaktion där förskolläraren bekräftar något som barnen säger eller gör, samt exempel när förskolläraren tillför en ny strategi eller representation men där barnen inte responderar. Det finns även flertalet exempel när förskolläraren ställer frågor om antalet prickar på spelkorten eller lottobrickorna, men i situationer där antalet inte behöver urskiljas, till exempel när barnen redan har parat ihop rätt kort med rätt bricka. Vi menar inte att bekräftelse eller sådana frågor på något sätt är oviktiga, men det är inte dessa episoder som fokuserats på i den vidare analysen i denna artikel utan enbart de 73 episoder som innehåller undervisning utifrån den använda definitionen. Ytterligare en anledning till att enbart 73 episoder av undervisning förekommer är att det, när barnen har de kunskaper avseende strategier och representationer som krävs för att spela Lottospelet, inte behövs någon undervisning.

Andra steget i analysen var att identifiera vilka strategier förskollärarna använde, i de 73 episoderna av undervisning, för att hjälpa barnet att spela spelet, det vill säga vilka strategier förskollärarna använde för att hjälpa barnen urskilja antalet prickar på spelkort respektive spelplan. Denna del av analysen var induktiv i betydelsen att identifiera likheter och skillnader i förskollärarnas ageranden. Denna analys utgick ifrån variationsteoretiska principer avseende hur de olika strategierna i de dokumenterade undervisningstillfällena gjorde det möjligt för barnen att urskilja aspekter av tal, det vill säga genom en analys av vad som kontrasteras i situationen

1 Etikprövningsmyndigheten har delgett projektet ett rådgivande yttrande (diarienummer 2019-01037)

och vad som hålls invariant. I och med att den variationsteoretiska analysen avser att utifrån kontrast och invarians i respektive situation synliggöra variationsmönster som gör det möjligt för toddlarna att urskilja nödvändiga aspekter, fokuserades i analysen materialets utformning (prickar i lika eller olika mönster, lika eller olika antal), verbala uttryck (räkneord) som förskollärarna använde och hur räkneorden användes, samt andra gester och gestaltningar (såsom pekningar och fingermönster) och hur dessa skapade kontraster och generaliseringar av antal i aktiviteten.

I detta induktiva analyssteg framkom två strategier som förskollärarna använde för att hjälpa barnen att urskilja antalet prickar på spelkort respektive spelplan: visuell jämförelse och numerisk jämförelse. Den andra av dessa strategier, numerisk jämförelse, genomfördes på två olika sätt där antingen fingrar eller räkneord användes för jämförelsen.

I analysens tredje steg samlades alla instanser där förskollärarna använde samma strategi för en analys av barnens respons på respektive strategi. Denna analys fokuserade vilka variationsmönster (sätt att synliggöra kardinalitet) som visade sig gynnsamma för barnens möjligheter att urskilja kardinalitet.

Utifrån de tre ovanstående analysstegen kan slutsatser dras om hur ett lottospel designat utifrån variationsteoretiska principer kan göra det möjligt för toddlare (1–3-åringar) att urskilja kardinalitet som en grundläggande aspekt av tal.

Resultat

I resultatet presenteras inledningsvis kortfattat hur spelet introducerades för barnen följt av en presentation av de strategier som analysen visade att förskollärarna använde för att hjälpa barnen att urskilja kardinalitet när de spelar spelet (fråga 1). Dessa strategier presenteras utifrån om de fokuserar på visuell eller numerisk (fingrar eller räkneord) jämförelse. För varje strategi redovisas även hur strategin möjliggör för barnen att urskilja olika aspekter av kardinalitet (fråga 2).

Introduktion av regler för lottospelet

Avsikten med villkor 1, där prickarna på spelplanen och spelkorten hade samma mönster, var att introducera reglerna för Lottospelet utan att antal behövde utgöra utgångspunkt för spelet. Så länge prickarna på spelplan och spelkort är identiskt placerade i samma mönster behöver inte barnen räkna antalet prickar, de kan visuellt identifiera dem som "lika". Förskollärarna pratar dock mycket om antalet prickar med barnen, även när det inte finns någon uppgift i spelet som behöver lösas med hjälp av till exempel räkning. Det vill säga, förskollärarna introducerar ett problem att lösa som egentligen inte behövs för att föra spelet framåt. Sådana problem introduceras vid 44 olika tillfällen i de 195 filmerna. Det fanns dock barn, som i samband med villkor 1, inte tycktes urskilja likhet i mönstren av prickar. Observationerna visade att förskollärarna i dessa fall inte riktade barnens uppmärksamhet mot prickarnas mönster utan i stället mot antalet prickar. Det vill säga, avsikten med villkor 1 - att introducera reglerna för lottospelet utan att antal utgör utgångspunkt - realiserades inte utan i stället fokuseras antal i undervisningen som kompensation för att barnen inte urskiljer mönster.

Olika strategier och deras möjligheter

För att barn som inte urskiljer mönster i villkor 1 eller kardinalitet när villkor 2 introduceras uppstår en utmaning. När man behöver urskilja kardinalitet – men inte vet att man behöver eller vet hur man kan göra – behövs undervisning. I dessa situationer använde förskollärarna olika strategier samt olika representationer och gester för att hjälpa barnen att urskilja kardinalitet när de spelade spelet. Dessa olika strategier och representationer medför utifrån variationsteori

olika möjligheter för barnen att urskilja innebörden av kardinalitet. I analysen framkom två strategier som förskollärarna använde för att hjälpa barnen att urskilja antalet prickar på spelkort respektive spelplan: visuell jämförelse och numerisk jämförelse. Beroende på om läraren genom sina handlingar i undervisningen satte visuell eller numerisk (fingrar eller räkneord) jämförelse i förgrund synliggjordes olika möjligheter till lärande.

Visuell jämförelse

Att visuellt jämföra prickar på spelkort och spelplan innebär att förskolläraren placerar ett spelkort bredvid en ruta på spelplanen, vilket möjliggör en direkt visuell jämförelse (figur 2). Denna jämförelse kompletteras ofta med frågan om det finns "lika många" prickar (excerpt 1).

Excerpt 1

Amelia: [Lägger spelkortet med en prick på spelrutan med två prickar]

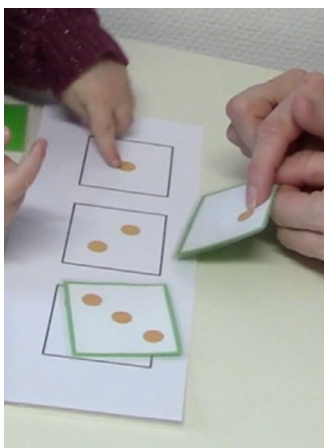
Förskollärare: [Lyfter på spelkortet och håller det snett framför spelplanen (figur 2)] Hur många är det?

Amelia: En. [Pekar samtidigt på spelrutan med en prick]

Förskollärare: Där är också en ja, då lägger vi den där. [Lägger spelkortet på spelrutan med en prick]

Figur 2

Förskolläraren håller ett spelkort bredvid spelplanen



Förskolläraren uppmärksammade ovan barnet på likheter eller skillnader mellan antalet prickar på spelplanen och spelkortet genom att göra prickarna på spelkortet och spelplanen visuellt jämförbara. Men, om ett barn inte redan riktar sin uppmärksamhet mot antalet prickar eller redan urskiljer deras kardinalitet, riskerar en sådan visuell jämförelse att i stället rikta uppmärksamhet mot mönstren av prickarna. Utmaningen för ett barn, för vilket uppgiften fortfarande är icke-numerisk, är att det visuella mönstret uppmärksammar den rumsliga relationen (placeringen av prickarna) och inte tillåter att de numeriska aspekterna kommer fram. Dock är frågan från förskolläraren inte riktad mot prickarnas placering utan mot antalet prickar. Därmed riktar förskollärarens handling uppmärksamheten mot mönstret medan frågan riktar uppmärksamheten mot antalet.

Numerisk jämförelse

Att numeriskt jämföra prickar på spelkort och spelplan innebär att rikta barnens uppmärksamhet specifikt på deras numeriska aspekt. Detta gjorde förskollärarna genom att först hjälpa

barnet att bestämma antalet prickar på spelkortet respektive en ruta på spelplanen för att därefter avgöra om prickarna är lika eller olika till antalet. Observationerna visar på två olika sätt att göra dessa numeriska jämförelser, att använda fingrar för jämförelse eller använda räkneord för jämförelse. Dessa två strategier medför i sin tur olika möjligheter till lärande.

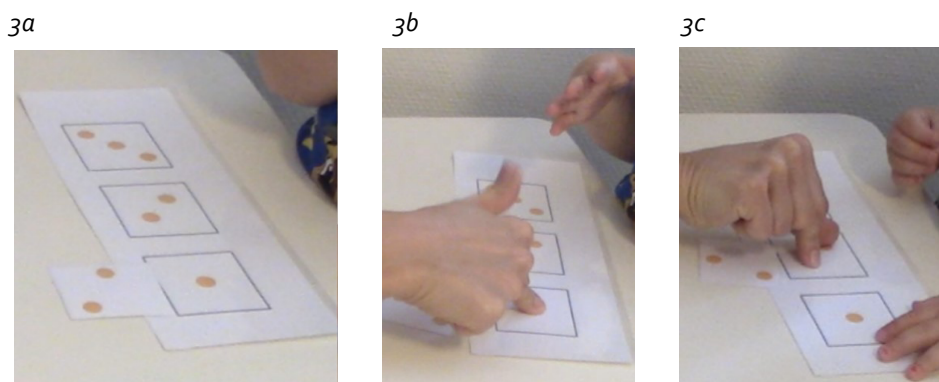
Ett sätt att jämföra antal på spelkortet och spelplanen var att förskolläraren *använde sina fingrar för att matcha ett finger till varje prick* vilket skapar en samling eller enhet bestående av fingrar som har samma antal som prickarna på kortet. Fingrarna används sedan som en referenspunkt för att jämföra samlingarna av prickar på spelkortet och spelplanen. I denna jämförelse matchar antingen fingrar och prickarna perfekt, eller blir några fingrar eller några prickar utan matchning, excerpt 2 och 3.

Excerpt 2

- Egil: [Lägger spelkortet med två prickar på rutan på spelplanen med en prick]
- Förskollärare: Är det lika många prickar där? [Drar undan spelkortet så det ligger bredvid spelrutan (figur 3a)]
- Egil: Ja. [Lägger tillbaka spelkortet på rutan med en prick på spelplanen. Pekar på en prick i taget och säger ord som kan liknas vid ord i en räkneramsa]
- Förskollärare: Ska vi räkna dem? En, två. [Förskolläraren pekräknar och ringar in prickarna med en cirklande rörelse. Håller upp två fingrar och sätter sedan ned dem på spelplanen igen. Flyttar därefter över fingrarna till spelplanen. Sätter ett finger på pricken och viftar med tummen som blir över (figur 3b)]
- Förskollärare: Titta, nu blev det ingen till tummen. Vad ska den vara då? Ska vi se här? [Flyttar spelkortet så den ligger ovanför rutan med två prickar på spelplanen (figur 3c)]
- Egil: [Lägger spelkortet över rutan med två prickar]
- Förskollärare: Ja, för titta. [Lägger spelkortet vid sidan igen] Två prickar och två prickar, lika många. [Matchar två fingrar först på spelkortet och sedan på rutan på spelplanen]

Figur 3a–c

Förskolläraren pekräknar och matchar fingrar gentemot prickarna på spelplanen



Förskolläraren möjliggjorde ovan med fingrarna en jämförelse mellan olika antal vilket gjorde det möjligt att urskilja kardinalitet. Med hjälp av fingrarna sammanfördes antalet från spelkortet via förskollärarens fingermönster till den föreslagna rutan på spelplanen. Att tydligt visa det finger eller de fingrar som "inte fick någon matchande prick" kan hjälpa barn att urskilja likhet eller skillnad i antal. Detta sätt att med hjälp av fingermönster jämföra antalet prickar tycks utifrån observationerna hjälpa barnen att urskilja kardinalitet.

På samma sätt som att matcha med fingrarna ovan observeras förskollärarna också *använda räkneord* för att jämföra antalet prickar på ett spelkort och prickarna på spelplanen.

Excerpt 3

- Förskollärare: Hur många prickar är det på det kortet? [Spelkortet har fyra prickar]
- Holger: Två. [Lägger spelkortet på rutan med tre prickar i liknande mönster på spelplanen]
- Förskollärare: Två. Vart ska det ligga då? Kan du räkna prickarna på kortet här? [Håller fram spelkortet]
- Holger: Två, tre, fem, åtta, tre, sju. [Pekräknar]
- Förskollärare: Vet du vad. Vi kan bara räkna en prick i taget.
- Holger: En, två, tre, fyra. [Pekräknar]
- Förskollärare: Precis! Fyra. Var ska den ligga om det är fyra prickar på den?
- Holger: Där. [Pekar på rutan med tre prickar på spelplanen]
- Förskollärare: Är det fyra prickar där? Nu får du räkna. En, två, tre.
- Holger: Du missade.
- Förskollärare: Nej jag missar inte titta får du se. Tre. Det är tre prickar där. Det var ju fyra prickar på kortet. Var ska det ligga då?
- Holger: Där. [Pekar på rutan med tre prickar på spelplanen]
- Förskollärare: Nej. Det är ju tre där men fyra där. Mönstret är likadant men det är fler prickar.
- Holger: Där. [Pekar på rutan med fyra prickar på spelplanen]
- Förskollärare: Ja precis. För det var fyra prickar där. Mönstren är inte likadana men det är samma antal prickar.

För att hjälpa barnet att hitta motsvarande antal prickar på spelplanen använde förskolläraren ovan räkneord som referenspunkt. Skillnaden, gentemot att använda fingrar likt tidigare exempel, är att räkneord är abstrakta verbala symboler, vilket innebär att barnen redan måste ha någon förståelse för kardinalitet för att räkneorden ska representera kardinal betydelse. Om räkneorden inte har denna betydelse kan de inte användas för att jämföra och avgöra om antalet prickar på spelkort och spelplanen matchar det sagda räkneordet. Därför behöver barnet redan ha någon förståelse för tals kardinalitet för att denna strategi ska bidra till att spela spelet på ett sätt där innebörden av kardinalitet stärks.

Diskussion

Den här artikeln fokuserar på vad som krävs i termer av undervisning vid spel av ett Lottospel när syftet är att möjliggöra för toddare att urskilja tals kardinalitet. Frågeställningarna som ställdes för att belysa detta var: 1) Vilka strategier använder förskollärarna för att hjälpa barnen att urskilja kardinalitet när de spelar spelet? 2) Hur möjliggör dessa strategier att barnen kan urskilja olika aspekter av kardinalitet? Lottospelet var utvecklat i enlighet med variationsteoretiska principer där antal först synliggjordes via kontrast för att därefter generaliseras. I de 195 analyserade observationerna dokumenterades 73 instanser som kategoriserades som undervisning. Analysen av dessa 73 instanser visar på utmaningen i att uppmärksamma en abstrakt aspekt som kardinalitet – det vill säga att synliggöra den tidigare oupptäckta kritiska aspekten i spelet för barn för vilka kardinalitet inte tidigare har urskilts som en aspekt i deras förståelse av tal.

De 73 instanserna visar att förskolläraren, och ofta även barnen, använder olika representationer och gester för att synliggöra kardinalitet. I lottospelet är prickarna på spelkort och spelplan utgångspunkt för utforskandet av antal. För de barn som inte ännu urskiljer kardinalitet,

förmedlar dock inte prickarna kardinal betydelse i sig själva. För att hjälpa barnen att urskilja antal hos samlingarna av prickar, använde förskollärarna i studien två strategier, visuell eller numerisk jämförelse. Baserat på observationerna visar studien att en visuell jämförelse av prickarna på spelkort och spelplan ofta uppmärksammar barnen på rumsliga aspekter, det vill säga mönstret i vilket prickarna är organiserade, snarare än deras antal. I stället för att urskilja kardinalitet framträdde för många barn vid visuell jämförelse i stället mönster. Det mest fördelaktiga för att sammankoppla spelkort och spelplan tycks i stället vara numerisk jämförelse med fingermönster, som av förskollärarna användes för att "objektifiera" (Radford, 2003) antalet på spelkort och spelplan. När förskollärarna använder fingermönster och relaterar fingrarna ett-till-ett med prickarna framträder antalet representerat i en semi-abstrakt form och blir jämförelser av antal möjligt att göra mellan fingrarna och samlingen av prickar (blir något finger eller prick över?). Denna semi-abstrakta representation reducerar fokus på prickarnas rumsliga placeringar (mönster) som annars lätt drar uppmärksamheten bort från numeriska attribut. Fingrarna verkar alltså vara ett framgångsrikt "verktyg", kanske för att fingermönster rör sig mellan det semi-konkreta (det går att räkna antalet fingrar) och semi-abstrakta (ett fingermönster betyder ett antal). En tolkning är att fingermönstren fungerar som "bridging tools" eftersom de objektifierar (Radford, 2003) talen och överbygger skillnaderna i prickarnas placering. Verbala räkneord är i sin tur "hel-abstrakta" och hjälper utifrån observationerna i studien mer sällan att synliggöra kardinalitet för barnen i spelandet av lottospelet.

I vissa av de 73 analyserade episoderna används enbart en representation, förutom prickarna på spelkortet, medan det i andra observationer används ytterligare två representationer. Enligt tidigare forskning (se Duval, 2006; Goldin, 2014; Lesh, 1987) involverar och stärks lärande i matematik av förmågan att göra kopplingar och se samband inom och mellan representationer. Vidare utvecklar barn som använder fler representationsformer (även om de inte används på korrekt sätt), i högre utsträckning och tidigare, förståelse för kardinalitet än barn som använder enbart en representation mer ensidigt (Gibson m.fl., 2019). Utifrån den forskningen skulle användande av fler än en representationsform stärka barnens möjligheter till lärande i samband med spelandet av lottospelet. Tidigare forskning har dock även visat att sådana kopplingar och samband inte urskiljs automatiskt av barn utan behöver pekats ut av förskolläraren (Björklund & Palmér, 2022). En strategi i sådan undervisning, för att förtydliga kopplingen mellan representationer, är gester som enligt Radford (2003) kan vara en resurs för att stödja kopplingar från en representation till en annan. I observationerna använder förskollärarna ofta olika typer av gester där den cirkulerande gesten som ringar in antalet prickar som antingen benämns med räkneord eller pekräknats kan anses stödja barnens möjligheter att koppla representationerna räkneord och fingermönster till representationen prickar.

Sammanfattningsvis visar denna studies resultat att Lottospelets teoretiskt grundade design möjliggör, men inte garanterar, att kardinalitet urskiljs av barnen. Studien kan vidare ses som ett exempel på hur en vanlig aktivitet i förskolans verksamhet, med didaktisk lyhördhet hos förskolläraren, kan erbjuda goda möjligheter att utveckla taluppfattningen hos toddlare. En utgångspunkt för studien var att all den matematik som barn möter i undervisning bör vara nödvändig för situationen så att barnen kan upptäcka hur matematiska kunskaper är användbara och därmed meningsfulla i olika situationer. I Lottospelet första steg behövde barnen inte urskilja kardinalitet utan kunde matcha spelkort och spelbricka utifrån likheter i mönstren. I det andra steget blev det däremot nödvändigt, och därmed även meningsfullt, att urskilja kardinalitet för att kunna spela spelet. Resultatet visar att trots att Lottospelet utvecklats i dessa två steg, för att utifrån variationsteoretisk grund ge toddlare de bästa förutsättningar att urskilja kardinalitet som en aspekt av tal, är förskollärarens strategier avgörande för vad som blir möjligt att lära i

spelsituationen. Vi kunde se att barnen ofta uppmuntrades att räkna prickarna även vid villkor 1 vilket inte var nödvändigt eftersom barnen löste matchningen utifrån mönster. Att be barnen räkna antalet prickar menar vi inte är ”fel” men utifrån spelets konstruktion blir urskiljandet av antalet prickar relevant först i villkor 2 där vi kan se att förskollärarna använder olika strategier och hur dessa strategier är olika framgångsrika där den mest fördelaktiga för att sammankoppla spelkort och spelplan tycks vara representation genom fingermönster. En viktig slutsats är dock att valet av strategi alltid behöver ta utgångspunkt i varje barns befintliga sätt att förstå tal.

Tack

Studien är genomförd med finansiellt stöd av Skolforskningsinstitutet (diarienummer 2018–00014).

Referenser

- Björklund, C., Ekdahl, A.-L., Kullberg, A. & Reis, M. (2022). Preschoolers' ways of experiencing numbers. *LUMAT*, 10(2), 84–110. <https://doi.org/10.31129/LUMAT.10.2.1685>
- Björklund, C., Ekdahl, A.-L. & Runesson Kempe, U. (2021). Implementing a structural approach in preschool number activities. Principles of an intervention program reflected in learning. *Mathematical Thinking and Learning*, 23(1), 72–94. <https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1756027>
- Björklund, C., Marton, F. & Kullberg, A. (2021). What is to be learnt? Critical aspects of elementary arithmetic skills. *Educational Studies in Mathematics*, 107(2), 261–284. <https://doi.org/10.1007/s10649-021-10045-0>
- Björklund, C. & Palmér, H. (2019). I mötet mellan lekens frihet och undervisningens mål-orientering i förskolan. *Forskning om undervisning och lärande*, 7(1), 64–85. <https://doi.org/10.61998/forskul.v7i1.27301>
- Björklund, C. & Palmér, H. (2022). Teaching toddlers the meaning of numbers - Connecting modes of mathematical representations in book reading. *Educational Studies in Mathematics*, 110(3), 525–544. <https://doi.org/10.1007/s10649-022-10147-3>
- Björklund, C. & Palmér, H. (2024). The challenges of mathematizing in Swedish early childhood education. *Journal of Early Childhood Education Research*, 13(2), 167–186. <https://doi.org/10.58955/jecer.138122>
- Bloom, P. & Wynn, K. (1997). Linguistic cues in the acquisition of number words. *Journal of Child Language*, 24, 511–533. <https://doi.org/10.1017/S0305000997003188>
- Breive, S., Carlsen, M., Erfjord, I. & Hundeland, P.-S. (2018). Designing playful inquiry-based mathematical learning activities for kindergarten. I C. Benz, A. Steinweg, H. Gasteiger, P. Schöner, H. Vollmuth & J. Zöllner (Red.), *Mathematics education in the early years. Results from the POEM3 conference, 2016*. Springer. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-78220-1>
- Duncan, G. J., Dowsett, C. J., Claessens, A., Magnuson, K., Huston, A. C., Klebanov, P., Pagani, L. S., Feinstein, L., Engel, M., Brooks-Gunn, J., Sexton, H., Duckworth, K. & Japel, C. (2007). School readiness and later achievement. *Developmental Psychology*, 43(6), 1428–1446. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.43.6.1428>
- Duval, R. (2006). A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 61(1), 103–131. <https://www.jstor.org/stable/25472062>
- English, L. D. & Mulligan, J. T. (2013). Perspectives on reconceptualizing early mathematics learning: Introduction. I L. D. English & J. T. Mulligan (Red.), *Perspectives on reconceptualizing early mathematics learning* (s. 1–4). Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6440-8_1

- Fuson, K. C. (1992). Relationships between counting and cardinality from age 2 to age 8. I J. Bideaud, C. Meljac & J.-P. Fischer (Red.), *Pathways to number: Children's developing numerical abilities* (s. 127–149). Lawrence Erlbaum Associates.
- Gelman, R. & Gallistel, C. (1978). *The child's understanding of number*. Harvard University Press.
- Gibson, D., Gunderson, E., Spaepen, E., Levine, S. & Goldin-Meadow, S. (2019). Number gestures predict learning of number words. *Developmental Science*, 22(3), e12791. <https://doi-org.ezproxy.ub.gu.se/10.1111/desc.12791>
- Goldin, G. A. (2014). Gestures in mathematics education. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 556–572). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100042
- Goldin, G. & Shteingold, N. (2001). Systems of representations and the development of mathematical concepts. I F. R. Curcio (Red.), *The roles of representation in school mathematics: 2001 yearbook* (s. 1–23). National Council of Teachers of Mathematics.
- Lesh, R. (1981). Applied mathematical problem solving. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 235–264.
- Marton, F. (2015). *Necessary conditions of learning*. Routledge. <https://doi.org/10.4324/9781315816876>
- McMullen, J., Verschaffel, L. & Hannula-Sormunen, M. (2020). Spontaneous mathematical focusing tendencies in mathematical development. *Mathematical Thinking and Learning*, 22(4), 249–257. <https://doi.org/10.1080/10986065.2020.1818466>
- McNeill, D. (2005). *Gesture and thought*. University of Chicago Press. <https://doi.org/10.7208/chicago/9780226514642.001.0001>
- Perry, B. & Dockett, S. (2008). Young children's access to powerful mathematical ideas. I L. D. English (Red.), *Handbook of international research in mathematics education* (s. 75–108). Routledge. <https://doi.org/10.4324/9780203930236>
- Pramling Samuelsson, I. & Asplund Carlsson, M. (2008). The playing learning child: Towards a pedagogy of early childhood. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 52(6), 623–641. <https://doi.org/10.1080/00313830802497265>
- Pramling Samuelsson, I. & Pramling, N. (2013). Orchestrating and studying children's and teachers' learning: Reflections on developmental research approaches. *Educational Inquiry*, 4(3), 519–536. <https://doi.org/10.3402/edui.v4i3.22624>
- Ping, R. M. & Goldin-Meadow, S. (2008). Hands in the air: Using ungrounded iconic gestures to teach children conservation of quantity. *Developmental Psychology*, 44(5), 1277–1287. <https://doi.org/10.1037/0012-1649.44.5.1277>
- Pitta-Pantazi, D., Christou, C. & Pittalis, P. (2014). Number teaching and learning. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of mathematics education* (s. 645–654). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_122
- Radford, L. (2003). Gestures, speech, and the sprouting of signs: A semiotic-cultural approach to students' types of generalization. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37–70. https://doi.org/10.1207/S15327833MTL0501_02
- Robutti, O. (2014). Gestures in Mathematics Education. I S. Lerman (Red.), *Encyclopedia of Mathematics Education* (s. 311–315). Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-030-15789-0_100042
- Sarnecka, B. W. & Carey, S. (2008). How counting represents number: What children must learn and when they learn it. *Cognition*, 108, 662–674. <https://doi.org/10.1016/j.cognition.2008.05.007>

- Sarnecka, B., Kamenskaya, V. G., Yamana, Y., Ogura, T. & Yudovina, J. B. (2007). From grammatical number to exact numbers: Early meanings of 'one', 'two', and 'three' in English, Russian, and Japanese. *Cognitive Psychology*, 55, 136–168. <https://doi.org/10.1016/j.cogpsych.2006.09.001>
- SFS 2010:800. *Skollagen*.
- Skolverket. (2018). *Läroplan för förskolan. Lpfö18*.
- Sundsdal, E. & Øksnes, M. (2015). Til forsvar for barns spontane lek. *Nordisk tidskrift for pedagogikk og kritikk*, 1, 1–11. <https://doi.org/10.17585/ntpk.v1.89>
- Skolinspektionen. (2017). *Förskolans kvalitet och målpuppfyllelse*.
- Valenzeno, L., Alibali, M. W. & Klatzky, R. L. (2003). Teachers' gestures facilitate students' learning: A lesson in symmetry. *Contemporary Educational Psychology*, 28(2), 187–204. [https://doi.org/10.1016/S0361-476X\(02\)00007-3](https://doi.org/10.1016/S0361-476X(02)00007-3)
- Van Oers, B. (2010). Emergent mathematical thinking in the context of play. *Educational Studies in Mathematics*, 74(1), 23–37. <https://doi.org/10.1007/s10649-009-9225-x>
- Vogt, F., Hauser, B., Stebler, R., Rechsteiner, K. & Urech, C. (2018). Learning through play – pedagogy and learning outcomes in early childhood mathematics. *European Early Childhood Education Research Journal*, 26(4), 589–603. <https://doi.org/10.1080/1350293X.2018.1487160>
- Wynn, K. (1990). *Children's understanding of counting*. *Cognition*, 36(2), 155–193. [https://doi.org/10.1016/0010-0277\(90\)90003-3](https://doi.org/10.1016/0010-0277(90)90003-3)
- Wynn, K. (1992). Children's acquisition of the number words and the counting system. *Cognitive Psychology*, 24(2), 220–251. [https://doi.org/10.1016/0010-0285\(92\)90008-P](https://doi.org/10.1016/0010-0285(92)90008-P)

Författarpresentationer

Hanna Palmér

Hanna Palmér är professor i matematikdidaktik vid Linnéuniversitetet. Hennes forskningsintresse är yngre barns lärande i matematik och tidig matematikundervisning.

Camilla Björklund

Camilla Björklund är professor i pedagogik vid Göteborgs universitet och forskar bland annat om matematiklärande och undervisning i förskola och skolans tidiga år i praktiska forsknings- och utvecklingsprojekt.

Lena Landgren

Lena Landgren är förskollärare och har medverkat i flera praktiska forskningsprojekt om matematik i förskolan.