Matematik i yrkesprogram – en modell för två ämnens relationer med varandra

E Bellander, M Blaesild & L Björklund Boistrup

Sammanfattning

I ett aktionsforskningsprojekt undersöktes hur relationer mellan matematik och bygg- och anläggningsämnet i gymnasieskolan kan beskrivas, med specifikt intresse av elevers kommande yrkesaktiviteter som byggnadsarbetare. Vidare undersöktes hur elever på yrkesprogram, lärare (i matematik och bygg- och anläggning) och en forskare beskriver dessa relationer i början och slutet av aktionsforskningsprojektet. Datamaterialet bestod av svar på frågeformulär, bilder, anteckningar och loggböcker. Resultaten visar hur mötespunkten mellan matematik och bygg- och anläggning bör ses som ett eget kunskapsområde som i sig har olika slags relationer till respektive ämne, vilket i artikeln sammanfattas i en generell modell. Resultaten pekar också på hur relationerna handlar om betydligt mer än att se matematik som något som appliceras i en yrkespraktik, utan också om, exempelvis, att matematik i sig kan förklara aspekter i bygg- och anläggningsämnet.

Nyckelord: *matematik, yrkesämnen, rekontextualisering, aktionsforskning*

Elisabet Bellander är förstelärare och legitimerad lärare bland annat i gymnasieskolans matematik och undervisar på Universitetsholmens gymnasium i Malmö.

Michael Blaesild är förstelärare, byggnadsarbetare, anläggare och legitimerad yrkeslärare. Han undervisar på Byggymnasiet i Malmö.

Lisa Björklund Boistrup är universitetslektor i matematikämnets didaktik vid Stockholms universitet.

Abstract

In an action research project it was investigated how relationships between mathematics and the educational subject of construction work in upper secondary school may be described, with a specific interest in the students' anticipated work in the construction business. Furthermore it was investigated how vocational students, teachers (in mathematics and construction work), and a researcher describe these relationships, in the beginning of the action research project, and at the project's end. The data consists of answers to written questions in a form, photos and illustrations, notes, and logs. The findings reveal how the interfaces between mathematics and construction work should be viewed as a content area of its own, with relationships to respective subject area, which in the article is summarized in a general model. The findings also point at how the relationships comprise substantially more than viewing mathematics as being applied in a workplace practice, but how also, for example, mathematics in its self may explain aspects of the subject of construction work.

Keywords: Mathematics, Vocational education, Recontextualisation, Action research

Introduktion

Matematik, yrkesutbildning och yrkesliv

Denna artikel undersöker matematik i relation yrkesliv och till undervisning och lärande i gymnasieskolans yrkesprogram. Vi som skrivit artikeln är en gymnasielärare i matematik (Elisabet Bellander), en yrkeslärare i bygg och anläggning (Michael Blaesild) samt en forskare med ett intresse för matematik i relation till yrkesaktiviteter (Lisa Björklund Boistrup). I artikeln beskriver vi ett forskningsprojekt som vi har genomfört helt och hållet tillsammans, från början till slut. ”Vi” i texten betyder därmed generellt alla tre, utom i en del där vi beskriver hur Elisabets och Michaels samarbetsprojekt som förstelärare ligger till grund för studien i denna artikel.

Tidigare studier om matematik på yrkesprogram har handlat om matematikens roll i elevers kommande yrken (se Bakker & FitzSimons, 2014). Detta har studerats såväl i relation till yrken med relativt kort utbildning (t.ex. Keogh, Maguire, & O'Donoghue, 2016), som i relation till yrken med längre eftergymnasial utbildning (t.ex. Frejd & Bergsten, 2016). Den ”utom-skolmatematik-kontext” som är i fokus i denna artikel är bygg- och anläggningsarbete och intresset handlar om hur relationerna mellan matematikämnet och bygg- och anläggningsämnet (hädanefter kallat byggämnet) i gymnasieskolans yrkesprogram kan förstås och beskrivas.

En bred definition av matematik

I denna artikel ser vi matematik som mänsklig aktivitet. Här ingår alla de aktiviteter genom historien som människor, ofta i efterhand, betecknat som matematik (FitzSimons, 2002). Bishop (1988) gick igenom en stor mängd litteratur och identifierade sex kulturella aktiviteter som han kallade matematiska aktiviteter: beräkningar, lokaliserande, mätande, designande, lek och förklarande. I denna artikel är vårt grundantagande att matematik har denna breda omfattning.

Matematik som en del av yrkeslivet

I forskningslitteraturen om matematik i relation till yrkesämnen så inkluderas ofta, eller fokuseras på, den ”verkliga” yrkespraktiken, det vill säga hur matematik går att uttolka från verkliga arbetsplatsexempel. Utifrån detta studeras och dras slutsatser om matematikundervisning i yrkesutbildningar (beskrivet av t.ex. FitzSimons, 2014a). Det finns också studier som främst fokuserar matematik på yrkesutbildningarna i sig (t.ex. Lindberg och Grevholm, 2011). I det följande redogör vi främst för studier om matematik som en del av yrkeslivet. Skälet till detta är att även om föreliggande studie genomfördes i gymnasieskolans yrkesprogram, så låg vårt intresse på relationer mellan skolmatematik och den yrkespraktik som eleverna på byggprogrammet utbildas för.

I en del av forskningsfältet har skolmatematiken tagits för given som en tolkningsram vid studier av matematik i yrkeslivet. Ett tidigt exempel är Fitzgerald (1976), där yrkesmatematik beskrevs i skolmatematiska termer såsom listor på matematiskt innehåll. Ett nutida exempel är den internationella jämförelsen PIAAC (OECD, 2013) (kan beskrivas som PISA för vuxna). Tsatsaroni och Evans (2015) pekar på hur uppgifterna i PIAAC inte har någon motsvarighet i den komplexitet som präglar matematik som en del av yrkespraktiker (se också Boistrup & Henningsen, 2016, under tryckning). Den matematik som avspeglas i PIAAC hör snarare till en skolmatematisk diskurs (jfr Gellert & Jablonka, 2009).

Kritiskt förhållningssätt till matematik

Ett tema i forskningslitteraturen är vikten av att yrkesarbetande får möjlighet att bli bättre på matematik samt att få dra nytta av matematiska kunskaper i sitt yrkesliv genom tillämpningar (t.ex. Bakker, Kent, Hoyles, & Noss, 2011; Weeks, Hutton, Coben, Clochesy, & Pontin, 2013). I en kritiskt inriktad forskningstradition inom matematikdidaktiken tas ett bredare perspektiv när det betonas att det är angeläget att inte bara få möjlighet att lära sig matematik och kunna tillämpa dessa matematiska kunskaper, utan också att kritiskt kunna granska hur matematik används i till exempel sitt yrkesliv (Skovsmose, 2005). Här ingår att kritiskt kunna förhålla sig till den matematik som är ”gömd” i teknologier i dagens samhälle (Gellert & Jablonka, 2009). I denna kritiska forskningstradition finns också ett intresse för vilka elever som får vilken utbildning och hur skolans sorterande funktion visar sig i exempelvis matematikundervisningen (Bernstein, 2000; Dowling, 1998).

För att matematik som en del av yrkesarbetandes aktiviteter ska kunna bli ett relevant innehåll inom yrkesutbildningens ramar krävs därmed mer än en ytlig förståelse av vad yrket handlar om (Boistrup, 2015; Keogh m.fl., 2016; Wedege, 1999; Williams & Wake, 2007). Om yrket representeras på ett felaktigt sätt i matematikundervisningen blir relationen mellan matematik och verklig yrkespraktik inte synliggjord för eleverna (FitzSimons, 2014b; se också Boistrup & Keogh, 2017). Ett liknande tema har beskrivits av Gellert och Jablonka (2009) där exempel från vardagen beskrivs som att de bara nästan är på riktigt, eftersom det är på en matematiklektion. Detta kan beskrivas som att livet utanför klassrummet betraktas genom en (skol)matematisk ”blick” (Dowling, 1998). Gellert och Jablonka (2009) lyfter vidare fram att vardagsnära exempel ibland riskerar att ställa sig emellan eleven och det ”egentliga” matematikinnehållet, inte minst när elevens fokus mer handlar om hur det hypotetiskt skulle tänkas gå till i ”verkligheten” och där matematikens redskap och idéer hamnar i skymundan.

Matematik i praktiken

Ett annat, och närliggande område, som lyfts fram i litteraturen är hur matematiken tar sig uttryck i yrkeslivets praktiker, utifrån perspektiv som tar yrkeslivets praktiker som sin analytiska utgångspunkt. Ett exempel på en tidig studie är Hoyles, Noss och Pozzi (2001), där sjuksköterskors beräkningar av dosering av medicin studerades. I praktiken skedde dessa doseringar på tolv olika sätt varav endast två hade en tydlig likhet med den matematiska formel som undervisades om på yrkesutbildningen. I andra studier har matematik som en del av lastarbetares och undersköterskors yrkesaktiviteter studerats (Boistrup & Gustafsson, 2014; Johansson, 2014). I dessa studier beskrivs matematik som en del av yrkeslivets komplexitet, vilket stämmer med det synsätt vi hade i vårt projekt. O'Donoghue (2002) är inne på samma linje när han lyfter fram vikten av att inte diskutera vuxnas matematik i förenklade termer, såsom enkla beräkningar i sammanhang utanför skolan. Han skriver: "mathematics education should not be defined exclusively in terms of school mathematics. School mathematics cannot be treated in isolation from adult domains such as 'everyday mathematics' and 'workplace mathematics'" (p. 39).

För matematiklärare och yrkeslärare i dagens gymnasieskola i Sverige finns det en förväntan att matematiken till stor del ska kopplas till respektive yrkesutbildning (Skolverket, 2011), där till och med det matematiska innehållet förväntas variera beroende av program (Dahl, 2014). Vi vill betona att vi ser matematik i egenskap av egen disciplin som ett relevant innehåll i yrkesutbildningar, jämsides med matematik som en del av yrkespraktiken. Denna syn är inte i linje med den förändring av matematikens roll i gymnasieskolans yrkesprogram som skedde mellan Lpf94 och Gy11, där elever på yrkesprogrammen inte längre får en grund i matematik som är likvärdig med övriga gymnasieprogram. Dahl (2014) beskriver detta som att det finns ojämlika möjligheter för gymnasieelever att nå skolans huvudmål, vilket handlar om att elever ska få en god grund för personlig utveckling och för aktiv delaktighet i samhället (se också Nylund & Rosvall, 2011). Fokus i föreliggande text ligger dock främst på matematik relaterat till ett yrkesämne, men vi berör delvis innehåll som kan betecknas som inommatematiskt.

Att relatera matematikundervisning till yrkesämnen

Hur det rent praktiskt ska gå till att relatera matematik och yrkesämnen till varandra kan utgöra en utmaning och ett dilemma för lärare på yrkesprogrammen (t.ex. Murhman, 2016). I KaMa-projektet som utgör denna forskningsstudies kontext ligger fokus på hur två ämnen i gymnasieskolan ska kunna relateras till varandra och då också befrukta varandra (Bellander & Blaesild, 2017). Vi beskriver detta närmare under nästa rubrik.

Det finns ett fåtal svenska studier med fokus på matematik i yrkesprogram. Murmans (2016) studie handlar om matematik i relation till undervisningen på naturbruksprogrammet. En annan studie är Lindberg och Grevholm (2011) där det empiriska materialet kommer från gymnasieskolans Fordon- och transportprogram. Med studien i denna artikel bidrar vi med specifik kunskap om matematik i relation till gymnasieskolans byggprogram[1] och vi beskriver olika röster gällande detta, såväl elevers som lärares och forskares.

Syftet med det forskningsprojekt vi beskriver i denna artikel var att fördjupa kunskapen om hur relationerna mellan matematikämnet och byggämnet kan beskrivas. Följande forskningsfrågor specificerade studien:

- Hur kan relationerna mellan matematikämnet och yrkesaktiviteterna i byggämnet fångas i en teoretiskt och empiriskt grundad modell?
- Hur beskriver elever, lärare och forskare i svar på skriftliga frågeställningar relationer mellan matematik och byggämnet?

Ovanstående syfte och frågeställningar är specifikt kopplade till byggämnet. I diskussionen pekar vi på den generella betydelsen av den framtagna modellen vad gäller relationer mellan matematik och karaktärsämnen i gemen.

Studiens bakgrund: KaMa-projektet

Hösten 2014 påbörjade två av artikelförfattarna, Bellander och Blaesild, ett utforskande samarbete inom ramen för sitt centrala försteläraruppdrag, med målet att spegla ämnena bygg och anläggning och matematik i varandra. Projektet fick namnet KaMa (Karaktärsämne och Matematik) och en viktig del av arbetet var inläsning av forskning gällande matematik i yrkesprogram. I relation till vår roll som förstelärare hade vi (Bellander och Blaesild) kunskapsintresset att hitta generella aspekter på undervisning i matematik relaterat till ett gymnasieprograms karaktärsämne, i detta fall bygg och anläggning. I relation till undervisningen var kunskapsintresset att bygga på beröringspunkter mellan ämnena matematik (Bellander) och bygg och anläggning (Blaesild) på ett sätt som engagerade såväl lärare och elever. En viktig grund i planeringsarbetet var att få insyn i varandras ämnesplaner och på det viset koordinera gemensamma undervisningsområden från Gy11. Innan vi började undervisa eleverna tillsammans var vi noga med att lägga upp en plan för hur vi skulle samverka i undervisningen för att dra nytta av varandras ämnen så mycket som möjligt. Målet var att genom den gemensamma undervisningen tydligt visa eleverna hur ämnena samverkar med och mellan varandra. Namnet KaMa står ju för karaktär och matematik just för att eleven ska få möjligheter att lära sig såväl karaktärsämne som matematik under samma lektionspass.

---

1 I Berglund (2009) beskrivs en studie av byggnadsarbetares yrkesutbildning, men inte med specifikt fokus på matematik.

Under hösten 2015 genomfördes det som kom att bli en förstudie till forskningsprojektet i denna artikel. Under förstudien strävade vi (Bellander och Blaesild) efter att eleverna skulle uppleva ämnena som en helhet och inte separerade. Under den gemensamma undervisningen väcktes frågeställningar såsom ”När inträffar det KaMa?” och ”När kan man säga att nu är det KaMa-undervisning?”. Bellander besökte under hösten 2015 den avslutande konferensen för ett projekt som Boistrup hade arbetat med, ”Vuxnas matematik: I arbetet och för skolan” (Boistrup, 2015). Detta ledde till att kontakt togs med Boistrup, i syfte att starta ett fördjupande arbete om hur KaMa kan förstås och beskrivas, vilket är den studie som beskrivs i denna artikel (se vidare Metodologi).

Teorier för att förstå relationer mellan matematik och yrkesämnen

Som teoretiskt ramverk har vi (lärare och forskare) främst utgått från ett urval av begrepp och modeller från Bernstein (2000). Bernstein och hans kollegor arbetade empiriskt och teoretiskt för att ta fram modeller som beskriver olika aspekter av undervisningssystem, främst med ett intresse för hur och varför vissa elevgrupper lyckas bättre i skolans undervisning än andra. Bernstein intresserade sig också för undervisningskontexter i vid mening och där ingår till exempel arbetsplatser (beskrivet i FitzSimons & Boistrup, 2017). I sammanhang som räknas som informella undervisningskontexter finns det ”en meningsfull avsikt att sätta igång, omvandla, utveckla eller ändra kunskap, utförande eller utövande av någon eller något som redan har, eller har tillgång till, de resurser som krävs *och* förmågan att utvärdera sitt förvärv” (Bernstein, 2000, s. 199-200). Även om vår undersökning genomfördes inom ramen för den formella gymnasieutbildningen är detta citat av Bernstein relevant, eftersom det vi undersökte var matematik i relation till arbetsplatser i egenskap av autentiska undervisningskontexter (beskrivet i Metodologi). Detta innebär att vi i denna artikel inte gör skillnad mellan autentiska byggprojekt som en del i undervisningen och verklig yrkespraktik i byggbranschen. Självklart finns det ett värde i att göra denna distinktion (beskrivet av Lindberg (2003ab), men vi gjorde denna avgränsning eftersom byggarbetena som eleverna arbetade med hade hög autenticitet och eftersom intresset låg främst på matematik i relation till byggkontexten.

Rekontextualisering

Det teoretiska begrepp av Bernstein (2000) som vi främst har använt oss av i föreliggande studie är *rekontextualisering*. Vi har i hög grad inspirerats av hur detta begrepp beskrivs i FitzSimons & Boistrup, (2017) och FitzSimons (2014b). Rekontextualisering ingår i de principer som Bernstein teoretiserade, vilka är underliggande all pedagogisering av kunskap som sker i vårt samhälle och som handlar om hur kunskaper ”omformas” mellan olika kontexter. Bernstein identifierade regler som opererar på tre olika nivåer i samhället: (1) makro-nivån, den politiska och institutionella styrningen av innehåll och kvalifikationer; (2) meso-nivån, till exempel skolnivån där lärares arbete organiseras; och (3) mikro-nivån, vilket i skolans värld handlar om klassrumsnivån med interaktioner mellan elever och lärare. Till dessa nivåer kopplade Bernstein regler som visar hur styrandet av pedagogiseringen av kunskap går till. På makro-nivån finns de *distributiva* reglerna. Genom dessa regler distribueras olika kunskaper, och olika former av kunskap, till olika grupper av människor. Ett exempel är det vi skriver om i inledningen till denna artikel, där Dahl (2014) pekar på ojämlika möjligheter för yrkesprogramselever i dagens gymnasieskola. På meso-nivån reglerar *rekontextualiseringsreglerna* hur den pedagogiska diskursen formeras i till exempel skolans värld. Vidare beskriver Bernstein (2000) att rekontextualseringens principer styr mot ett urval av kunskap där denna valda kunskap ”appropriates, relocates, refocuses and relates other discourses to constitute its own order” (p. 33), det vill säga anammas, omlokaliseras, omfokuseras, relateras till andra diskurser för att utgöra sin egen ordning. Ett exempel som Bernstein själv presenterade var hur den verkliga arbetsplatsdiskursen av snickeri i skolans värld transformeras till den imaginära skoldiskursen träslöjd. Detta gäller också för yrkeslärare som då rekontextualiserar yrkesdiscipliner till yrkesämnen. Slutligen finns på mikronivån utvärderingsreglerna (evaluative rules) som formar den pedagogiska praktiken (i skolan eller till exempel på arbetet) i termer av hur individen förvärvar den förväntade kunskapen och hur detta utvärderas.

Den rekontextualisering som ofta lyfts fram i matematikdidaktisk forskning handlar om hur matematiklärare ”omformar” vetenskapen matematik till sin undervisning i form av skolmatematik (Lerman, 2000). FitzSimons (2014b) hävdar att rekontextualisering av matematik inte alls är något som främst är relevant för matematiklärare, utan att alla yrkesarbetande har nytta av att utveckla sin förmåga att transformera sina kunskaper i matematik till sin yrkeskontext. Det är ur detta perspektiv som vi i denna artikel använder begreppet rekontextualisering i relation till matematik.

Metod

Projektet genomfördes som ett aktionsforskningsprojekt där de medverkande var lärare (Bellander och Blaesild), forskare (Boistrup) samt elever (10 stycken). Som tidigare nämnts var startpunkten för aktionsprojektet att Bellander och Blaesild såg kopplingar mellan deras samarbete i KaMa-projektet och Boistrups forskning om matematik i relation till yrkeslivet (Boistrup, 2015).

Aktionsforskningsprojektet

Efter att kontakt hade tagits skickade Bellander och Blaesild sitt material så långt till Boistrup. Detta material bestod av föreläsningsanteckningar till matematikbiennalen där Bellander och Blaesild skulle hålla en föreläsning samt en jämförelse av kursplanerna i ämnena matematik och bygg och anläggning. Parallellt med detta skickade Boistrup forskningstexter till Bellander och Blaesild. Därefter beslutades i samråd med Malmö kommun, att projektet skulle genomföras, och att formen skulle vara ett aktionsforskningsprojekt.

Ett aktionsforskningsprojekt handlar om att människor i en verksamhet vill utveckla något i denna och samtidigt få fram ny kunskap om detta ”något”. Därmed är aktionsforskningen ett möte mellan skolutveckling och forskning och båda dessa delar lever genom projektet. Ett aktionsforskningsprojekt löper i cykler där man gör en nulägesanalys följt av reflektion och sedan genomförs förändringar följt av analyser och nya reflektioner och så vidare (Rönnerman, 2012). En som inom det matematikdidaktiska fältet har ägnat sig mycket åt aktionsforskning är Atweh (2005). Han lyfter fram karaktärsdrag för denna forskning. Bland annat så handlar medverkande aktionsforskning om en social aktivitet där man alltid tar med det sociala sammanhanget som en del av forskningen. Medverkande aktionsforskning är social i två meningar. En mening är att matematikklassrummet ses som en delmängd av en större helhet där det ingår begränsningar, sammanhang och planeringar. Matematikundervisning äger rum inom institutionen skolan och denna institutionella inramning påverkar på olika sätt det som sker. Medverkande aktionsforskning är social också i den meningen att man problematiserar själva forskningen och därför vakar kritiskt över vilka maktrelationer som finns mellan deltagare. Man strävar efter att ta tillvara deltagarnas erfarenheter och att allas röster är viktiga. I föreliggande projekt togs hänsyn till dessa sociala aspekter genom den teori som vi använde, där Bernstein intresserar sig för undervisningskontexter som en del av, och påverkade av, det bredare institutionella sammanhanget. Vi strävade också efter att eleverna skulle vara delaktiga i forskningen som sådan.

Medverkande aktionsforskning är reflexiv och med detta menas att den går i två riktningar samtidigt. Deltagarna strävar då efter att undersöka verksamheten för att ändra den samtidigt som de strävar efter att ändra verksamheten för att undersöka den. Aktionsforskning av det här slaget handlar alltså inte om att tillämpa en förutbestämd undervisningsmodell utan om att pröva nya möjliga vägar utifrån nuläget och sedan granska dessa för att kunna hitta nya möjliga tillvägagångssätt. Detta går att se som en spiral av kritiska och självkritiska handlingar och reflektioner.

Genomförande

Aktionsforskningsprojektet genomfördes under vårterminen 2016. Projektet ägde rum i anslutning till den del av undervisningen där eleverna utförde verkligt byggnadsarbete i ett utomhusområde. Eleverna planerade tillsammans med lärarna hur de ville utrusta området med gångvägar, trappor, en damm, et cetera. Dessa konstruktioner gjordes inte (endast) i form av elevernas praktik, utan utgjorde ett verkligt projekt där konstruktionerna planerades att finnas kvar som en del av ett rekreationsområde på skolan. Detta innebär att det inte var särskilt likt den sortens verksamhet som identifierats i andra studier om yrkesutbildning (Lindberg, 2003a), där likheterna med verkligt yrkesliv är få. Blaesild, i egenskap av bygg- och anläggningslärare, undervisade ämnets innehåll i samband med byggprojektet. Bellander, som matematiklärare, följde byggnadsarbetet och diskuterade matematikens roll med eleverna medan arbetet pågick. Hon tog ibland också upp specifikt matematikinnehåll, samtidigt som anknytningar gjordes till tidigare eller förväntade byggnadsarbeten.

Lärare och forskare träffades via webbmöten en gång i veckan. Inom denna projektgrupp fördelades huvudansvaret enligt följande:

- Bellander: Projektets fortskridande, genom att initiera och planera möten inom den forskande gruppen och med berörda på kommunnivån. Planering och undervisning gällande det som rörde matematik. Ansvar för att hemsidan om KaMa hölls uppdaterad.
- Blaesild: Alla praktiska arrangemang för gemensam undervisning på byggymnasiet, samt kontakter med rektor och andra berörda. Huvudkontaktperson med eleverna i projektet. Planering och undervisning gällande det som rörde bygg och anläggning.
- Boistrup: Administrerande av datainsamling, samt teoretiska ramar för analys. Sammanställning av forskningsöversikt samt huvudansvarig för den gemensamma skrivprocessen av artiklar utifrån projektet.

Mycket av forskningsarbetet tog vi alla gemensamt ansvar för, såsom utmejslande av syfte och frågeställningar, datainsamling, analyser och framtagande av resultat.

Elever och lärare träffades också regelbundet i samband med gemensam undervisning. Lektionerna genomfördes då gemensamt av Bellander och Blaesild både i byggklassrummet och i verkstadsmiljö utomhus. Undervisningen ingick i elevens ordinarie byggkurs. Däremot bedrevs projektet fristående från elevernas ordinarie matematikundervisning, vilken inte var direkt inblandad i detta aktionsforskningsprojekt.

Under sammanlagt fyra dagar under terminen träffades hela den forskande gruppen, det vill säga lärare, forskare och elever. När Boistrup besökte undervisningen var hennes roll interaktiv, vilket innebar att hon oftast var en tyst betraktare, men att hon också kunde ta en mer aktiv roll utifrån våra forskningsfrågor. Efter undervisningens slut diskuterade vi gemensamt, samt påbörjade vårt analysarbete.

Datamaterialet som ligger till grund för analysen i denna artikel består av följande:

- Filmer från undervisningen där lärarna i projektet samarbetade med fokus på relationer mellan matematik och elevernas kommande yrkesverksamhet.
- Bilder från undervisning och från möten mellan lärare och forskare.
- Loggböcker skrivna av lärare och forskare, samt anteckningar från möten.
- Skriftliga svar på fyra frågeställningar som ställdes till alla medverkande (lärare, forskare och elever) i början och i slutet av projektet.
  Frågeställningarna var fördelade enligt följande:
  Sida 1: När finns matematik i verkstaden?, Hur upplever du det?
  Sida 2: När tycker du att byggämnet finns i matteklassrummet?, Hur upplever du det?

Två analyser

Vi (lärare och forskare) använde något olika analysmetoder för de båda forskningsfrågorna. Vid analysen av fråga 1 gick vi mellan teoretiska begrepp och våra egna försök att skissa tentativa modeller. Här var processen ett växelspel mellan skrivandet av två texter. Den ena var en teoretisk text om ”gapet” mellan matematik och yrkeskontexten, och hur den kan överbryggas, skriven av FitzSimons och Boistrup (2017). Denna text skrevs parallellt med vårt analysarbete, och därmed skrivandet av föreliggande text. Boistrup i egenskap av medförfattare i båda texterna kunde därmed föra med sig impulser från den ena texten till den andra, och vice versa. På så sätt kom det teoretiska ramverket i föreliggande studie att präglas av både Bernstein (2000) och hur några av Bernsteins begrepp används i FitzSimons och Boistrup (2017, se också FitzSimons, 2014ab). Likaledes, kom slutsatserna med fokus på implikationer för undervisningen i FitzSimons och Boistrup att påverkas av aktionsforskningen i föreliggande studie.

Vid analysen för fråga 2 närmade vi oss först materialet tentativt och urskilde likheter och skillnader mellan olika elevers svar och också mellan elever å ena sidan och lärare och forskare å andra. Vi valde således att inte göra en analytisk åtskillnad mellan lärare och forskare. Om vi hade gjort denna åtskillnad hade den enskilda personen bakom vissa utsagor varit tydlig för läsare av artikeln. Eftersom våra preliminära analyser visade att det inte var några stora skillnader mellan lärares och forskares svar valde vi att behandla dessa svar som en grupp. Vidare gjordes vissa omformuleringar av citat i resultatdelen, för att hålla personen bakom utsagan anonym. Den slutliga analysen gjordes utifrån modellen i forskningsfråga 1. Därmed kom Bernsteins begrepp rekontextualisering att prägla analysen även för fråga 2. I föreliggande studie gjordes ingen, med något undantag, skillnad mellan svar i början av projektet och i slutet, utan fokus låg på att hitta nyanser och tillägg till modellen som togs fram vid analys och resultat av fråga 1.

Resultat

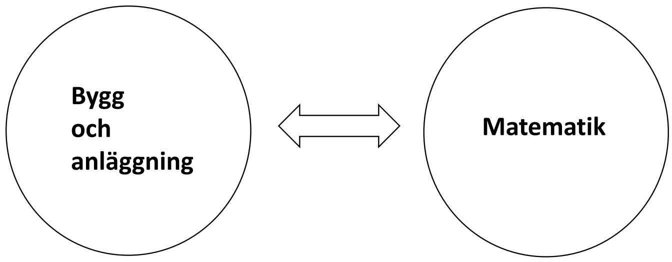
Analys och resultat 1. Modell för relationer mellan undervisningsinnehåll i matematik och byggämnet

Vår analysprocess vid utvecklandet av en modell för relationer mellan undervisningsinnehåll i matematik och byggämnet karaktäriserades av att vi (lärare och forskare) gick mellan att inspireras av teoretiska konstruktioner och att undersöka vårt empiriska material. Alla analyser har gjorts gemensamt i gruppen lärare och forskare, antingen vid fysiska möten eller datorbaserade. Slutprodukten blev en modell som grundar sig både på några av Bernsteins (2000) teoretiska begrepp och vårt konkreta forskningsarbete med eleverna. I det följande berättar vi om analysprocessen och om den färdiga modellen.

Tidiga versioner av modellen

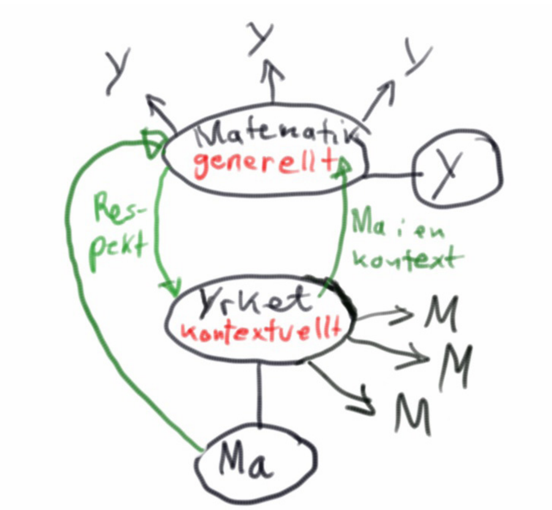
Huvudsyftet med forskningsprojektet var komma fram till sätt att beskriva relationerna mellan matematikämnet och byggämnet. Den bild vi arbetade efter i projektets allra första början kan närmast beskrivas i enlighet med figur 1.

Figur 1 visar hur vi inledningsvis såg byggämnet som ett ”annat” ämne än matematikämnet och att vi fokuserade på att hitta "kopplingarna" mellan ämnena vilket de båda pilarna visar. Vi ritade inte upp denna bild i detta skede av projektet, men med gester och prat var det en bild av detta slag vi implicit arbetade efter när vi diskuterade med varandra (lärare, elever, forskare). Kopplingarna vi föreställde oss kunde till exempel handla om att läraren i bygg- och anläggningsundervisningen ger akt på matematik som kan visa sig genom till exempel beräkningar eller att matematikläraren använder exempel från bygg- och anläggningsämnet i matematikundervisningen.



Figur 1. *Bild av en hur vi såg på relationen mellan de båda ämnena i projektets inledning.*

Första steget mot en mer nyanserad modell togs efter att den första insamlingen av skriftliga svar på vårt frågeformulär hade gjorts. I samband med att vi överförde det handskrivna materialet till datorbaserad text och började diskutera tentativa teman diskuterade vi sätt att beskriva relationer mellan matematikämnet och byggämnet. Vid en gemensam sittning kom vår första råskiss av modellen fram (figur 2).



Figur 2. *Avskrift av en möjlig modell av relationer mellan de båda innehållsområdena.*

Det vi resonerade om när vi gjorde modellen i figur 2 handlade om i vilka sammanhang vi kunde se matematik och var byggämnet "fanns". Vi diskuterade att matematik (översta cirkeln) kan relateras till olika yrken (Y) och att det då handlar om matematik i en kontext. Samtidigt går det att se det som att matematik är en av flera aspekter i ett yrke (mittencirkeln). Vidare finns den matematik (cirkeln längst ner) som inte är kopplad till en utommatematisk kontext. Pilarna mellan cirklarna visar olika möjliga relationer mellan ämnena. I diskussionen betonades också vikten av respekt för varandras ämnen (se t.ex. FitzSimons, 2014b).

I nästa steg av utvecklandet av en modell använde vi (lärare och forskare) oss av en syn på matematik som *rekontextualiserad* i yrkesämnen enligt Bernstein (2000, se också FitzSimons, 2014b; FitzSimons & Boistrup, 2017). FitzSimons betonar att rekontextualisering av matematik i yrkesämnen är ett angeläget stoff i sig i yrkesutbildningar. I denna fas av projektet började vi diskutera hur det finns en kontaktyta av relationer mellan matematik och bygg och anläggning som kan ses som ett eget kunskapsområde, inom vilket matematik kan vara omlokaliserad (relocated), omfokuserad (refocused) och relaterad (related) till yrkesaktiviteter. Detta skulle då vara ett område vilket inte först och främst är matematik eller byggarbete, utan snarare båda. I dessa diskussioner analyserade vi också insamlat film- och bildmaterial.

En konsekvens av våra diskussioner om vårt empiriska material i relation till de teoretiska begreppen var att vi ville att vår modell skulle illustrera mötespunkten mellan matematik och bygg och anläggning såsom ett eget område. Parallellt med detta undersökte vi vilka typer av matematik- rekontextualiseringar som kan äga rum i bygg- och anläggningsaktiviteter. Med inspiration från forskning om hur matematik tillämpas i yrken som kräver lång utbildning i matematik (se t.ex. Frejd & Bergsten, 2016) kunde vi i bild- och filmmaterialet se explicit användning av matematik även i relation till vår studie. Det kunde handla om när eleverna i studien engagerade sig i autentiska bygg- och anläggningsaktiviteter och där de explicit använde matematik för att planera arbetet. Parallellt med detta kunde vi urskilja matematik som en integrerad del av yrkesaktiviteter, som det beskrivits av till exempel Johansson (2014), där matematiken är en integrerad aspekt av flera i en yrkessituation. Följande utdrag ur gemensamma minnesanteckningar från det tillfälle när en preliminär version av modellen i figur 3 togs fram visar på hur våra diskussioner gick:

> Att jobba med grundläggande matematik bygger för att också kunna arbeta med svårare matematik som trigonometri, där också en annan sorts rekontextualisering kan komma ifråga.
>
> Vi gick igenom Lisas dokument om vertikala och horisontella strukturer och diskuterade KaMa utifrån det.
>
> Rekontextualisering som ett stoff i sig. Ett ansvar för både ma- och yrklärare. Och här finns alltså två sorters rekontextualisering A och B i Lisas dokument.
>
> Vikten av att
>
> - Har respekt för varandras ämnen
>
> - Att inte bara leta efter den tydliga matematiken

- Att prata med eleverna om att det finns två sorters kopplingar

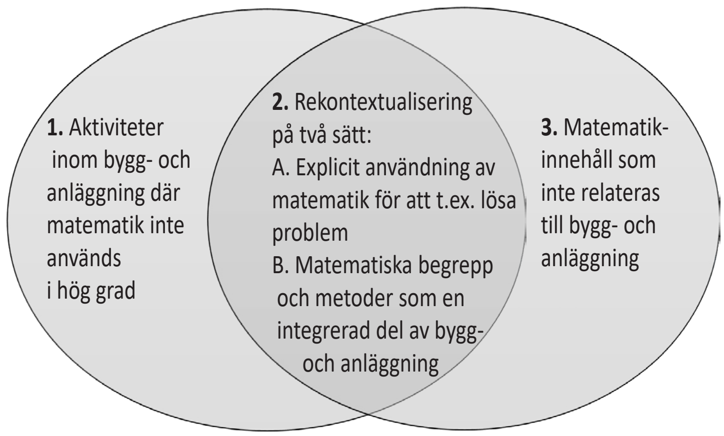
- Vikten av att även B-sorten av rekontextualisering behöver matematiskt kunnande

(Ur minnesanteckningar från andra halvan av studiens praktiska genomförande)

I minnesanteckningarna ovan är det tydligt hur våra (lärares och forskares) tolkningar av Bernsteins begrepp som rekontextualisering utgjorde en utgångspunkt för arbetet med att ta fram en modell. Vertikal struktur som nämns handlar om kunskap i en disciplin och beskrivs som en teoretisk, begreppsbaserad, och med generaliserbar kunskap (Bernstein, 2000). Dokumentet som refereras till i utdraget ovan var en tidigare version av FitzSimons och Boistrup (2017), där det beskrivs hur vertikala diskurser innefattar även horisontella kunskapsstrukturer. Här ingår såväl matematik (med stark grammatik enligt Bernstein, 2000), men också viss kunskap i branscher som exempelvis byggbranschen (med svag grammatik)[2]. Det faktum att båda dessa kunskapsområden har kopplingar till det som Bernstein (2000) betecknar vertikala diskurser påverkade oss att mer vilja integrera de båda kunskapsområdena i en och samma modell.

I samtalet som avspeglas i minnesanteckningarna ovan diskuterade vi också olika sätt vi kunde se rekontextualiseringar av matematik i bygg- och anläggningsaktiviteter. Vi kallade dessa för A och B och ”Lisas dokument” som syftas till i minnesanteckningarna ovan kom till under själva mötet, där modellen i figur 3 skissades fram. Det var alltså Lisas dokument i den mening att det fanns på Lisas dator, men alla kunde se modellen under mötet, genom delad datorskärm.

En modell för relationer mellan byggämnet och matematik



Figur 3. *Modell för relationen mellan bygg och anläggning och matematik.*

2 Grammatik handlar här om hur skild en disciplin eller bransch är från andra discipliner/branscher. Matematik som disciplin, som har en stark grammatik, står till stor del för sig själv, medan byggbranschen har ”inblandning” av andra ämnesområden, som exempelvis materialkunskap, matematik, mättekniker.

I figur 3 visas den färdiga modellen, vilken alltså är vårt resultat på forskningsfråga 1. En första grund för modellen var vårt teoretiska ramverk med Bernsteins begrepp. En andra grund var tidigare forskning om matematik i yrkeslivet. En tredje grund var våra analyser av insamlat text-, bild- och filmmaterial.

Område 1 i modellen är aktiviteter i byggämnet där det inte sker någon rekontextualisering av matematik i hög grad alls. Det kan till exempel handla om att gräva och utjämna mark (bild 1). I själva planeringen kan matematiken ha haft en framträdande roll, men när grävandet väl sker så ingår inte matematik i någon relevant grad (åtminstone inte i grävandet).

Bild 1. *Utjämning av mark och bortforsling av sand.*

Område 2 i modellen är när bygg och anläggning möter matematik. Här har vi identifierat två olika typer av rekontextualiseringar av matematik. I den ena, 2A, är aktiviteten av det slaget att exempelvis en anläggare, eller en elev på byggprogrammet, explicit använder matematik för att lösa en uppgift. Hen är inte i full byggaktivitet ute på byggplatsen, utan sitter kanske inomhus eller har dragit sig undan om det är utomhus. I ett planeringsskede är denna typ av rekontextualisering av matematik vanlig. En ansvarig anläggare har ritningar och andra planer som utgångspunkt för en planering av det praktiska anläggningsarbetet. I planeringsarbetet sker beräkningar som handlar om genomförande, materialåtgång och beställning (där visst svinn måste tas med i beräkningen), tider för arbetslaget, maskiner och liknande. När matematik *omlokaliseras* från en diskurs (matematik) till en annan (byggnadskunskap) krävs också en *omfokusering* av dess användning. Det kan exempelvis handla om att beräkna antal lastbilar för bortforsling av massor (till exempel jord). Volymen kan enkelt beräknas enligt formeln för rätblock (omlokalisering av matematik). När en grävning sedan börjar så ökar dock volymen på det som ska forslas bort enligt en viss faktor som är beroende av marktyp. Denna faktor måste då tas med i den matematiska modellen (omfokusering av matematik). På liknande sätt, fast i mindre skala, får elever på bygg- och anläggningsprogrammet planera de anläggningsarbeten de ska utföra. I bild 2 visas planering av en trappa.

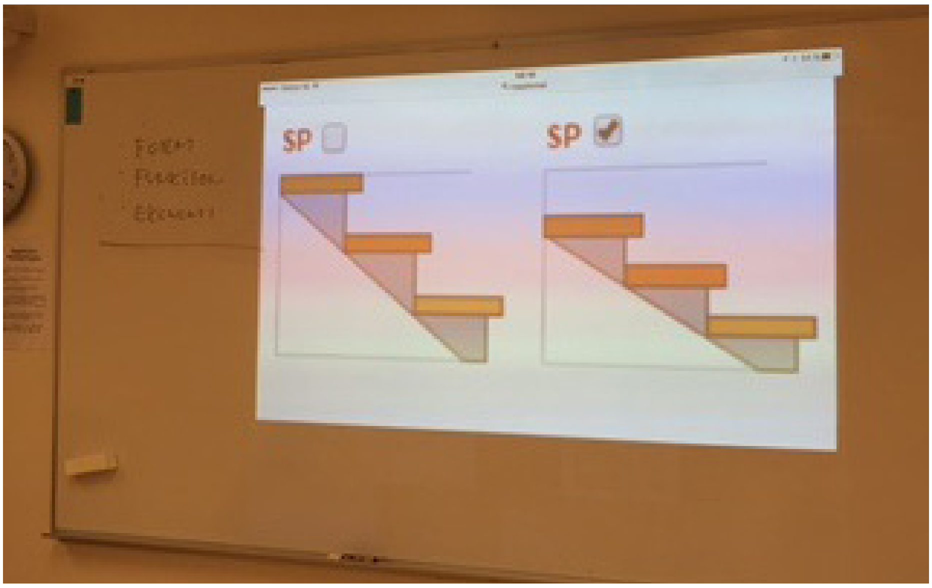


Bild 2. *Eleverna har gemensamt beslutat att bygga en utomhustrappa vilken behöver ha en viss lutning. Explicita beräkningar krävs för att lösa höjd-, längdmått samt diagonal med en viss lutning*

Matematikanvändning enligt 2A kan också äga rum när ett problem inträffar under själva anläggningsarbetet. Då kan uppgiften lösas genom att (elev-)anläggaren går bort en bit och funderar över hur något ska lösas, och det kan exempelvis hända att en geometrisk formel tillämpas som en del av problemlösningsprocessen.

I det andra området av område 2 i modellen, 2B, är omlokalisering och omfokusering av matematik en integrerad del av bygg- och anläggningsarbetet. Detta är en typ av rekontextualisering där bygg- och anläggningsarbetare, oftast på själva byggarbetsplatsen, exempelvis uppskattar tal eller mätningar. Här är matematiken inte alltid enkel att urskilja från yrkeskontextens helhet trots att matematiska fel skulle kunna äventyra byggprojektet, eller till och med säkerheten i hög grad. I anläggningsarbetet skulle detta kunna handla om att avgöra hur djupt anläggaren behöver gräva vid plattläggning, eller att lägga plattor med olika mått inklusive tjocklek och att hålla ett lagom avstånd mellan plattor så att fogarna inte blir så stora så att det blir fel i slutändan. I denna sorts arbete kan en van arbetare också dra nytta av tidigare erfarenheter, ögonmått och liknande. I bild 3 visas hur trappan som planerades i bild 2 byggs som en del av det praktiska arbetet av eleverna i studien. Här ingår matematik integrerat som en del av övriga arbetsuppgifter.

Bild 3. *Användande av matematiska begrepp och metoder för att bygga trappan.*

Område 3 handlar främst om det som brukar kallas ett inommatematiskt innehåll. Här finns ingen direkt koppling till byggämnet, utan kontexten är matematikens innehåll i sig själv. Det kan till exempel handla om att eleven tränar på att använda matematiska formler där det ingår att se samband mellan trigometri och Pythagoras sats eller att träna på areaskala och volymskala.

Analys och resultat 2: Elev-, lärar- och forskarröster om relationer mellan matematik och byggämnet

I det följande beskriver vi resultaten av våra analyser av de skriftliga svaren (elevers, lärares och forskares) i frågeformuläret. Våra analyser grundade sig på hur vi tolkade svaren på frågeställningarna i det sammanhang där de stod. Detta innebär att våra tolkningar inte grundade sig enbart på de meningar som återges som exempel nedan utan vår förståelse av en utsaga påverkades av vad exempelvis eleven hade skrivit strax innan eller efteråt.

Rubrikerna nedan utgör de olika relationerna vi kunde utskilja bland svaren på frågeformulären som en helhet. Utgångspunkten för analysen är modellen i figur 3, men som framgår nedan kunde vi också se olika relationer mellan modellens områden. Sifferangivelserna i rubrikerna motsvarar beteckningarna i modellen i figur 3.

1. Bygg och anläggning utan tydlig närvaro av matematik

Det fanns inga tydliga svar i datamaterialet som betonade bygg och anläggning, utan att matematiken nämndes tydligt. Detta beror med stor säkerhet på att frågorna i sig fokuserade på matematik i yrkesprogrammet och vice versa.

2A. Matematik nämns explicit för användning i bygg och anläggning

Bland svaren på de skriftliga frågeställningarna fanns exempel på planering av arbetsmoment i anläggningsprojekt där matematik var en tydlig del:

> Räknar ur det som vi ska bygga då använder vi matte
>
> Det handlar om hur vi beräknar material.
>
> På anläggning när behöver räkna ut hur många plattor som får plats i en form
>
> När man ska räkna ut en area på tex. profilerna. Vi gjorde det ute i verkstaden
>
> (Olika elevsvar)

Även bland svaren från gruppen lärare/forskare fanns exempel på matematik som en del av ett planeringsarbete:

> Vilka maskiner bör användas för att kunna lasta och frakta - vad kostar det rent budgetmässigt förhållande om projektet använder annat material, vad är lämpligt – rimligt
>
> Matematiken ger sig tydligast till känna rent matematiskt i planeringsfasen, när eleverna ska planera en uppgift så blir de tvungna till att dimensionera ytor, mängder och längder främst.
>
> (Svar från lärare/forskare)

I materialet fanns också exempel på explicit matematik som användning vid lösning av mindre eller större problem som uppstår under själva arbetet.

> En annan slags situation kan vara att det uppstår en situation där vissa mått behöver tas reda på vid en konstruktion och där det är viktigt att det blir exakt rätt. En kunnig arbetare kan då dra sig undan anläggningsplatsen och använda till exempel geometriska formler för att räkna ut det eftersöka, med användning av matematiska formelblad eller Anläggnings AMA [en fak-

> tabok med bland annat formler för byggbranschen]. Även här är kunskap om byggkontexten helt avgörande för att måtten ska blir rätt
>
> (Svar från lärare/forskare)

Sammantaget speglar ovanstående datautdrag hur det bland svaren på de skriftliga frågeställningarna fanns beskrivningar av explicit rekontextualisering av matematik i bygg- och anläggningsarbete, både i form av planering och i form av problemlösning.

2B. Matematiska begrepp och metoder som en integrerad del av bygg och anläggning

Bland svaren på de skriftliga frågeställningarna fanns exempel där matematiska begrepp och metoder skrivs fram som en integrerad del av bygg och anläggning:

> När vi bygger något använder vi matte hela tiden.
>
> Mycket mätning
>
> Det är väldigt kul att man samtidigt jobbar och räknar.
>
> Matten kommer även in i verkstaden när man gräver en viss yta
>
> (Olika elevsvar)

Elevsvaren ovan visar att eleverna ibland beskrev matematik som integrerat i bygg och anläggning övergripande (till exempel ”Mycket mätning”) och ibland mer specifikt (till exempel ”när man gräver en viss yta”). Även bland svaren från lärare/forskare gick det att identifiera matematik som en integrerad del i bygg och anläggning:

> Symmetri - anlägga stenar i en damm i ett specifikt mönster – spegelsymmetri
>
> Matematiken som eleverna använder sig av är främst utmätning av längder, höjd samt vinklar. I denna fas ska eleven också göra bedömningar så som ex. var placerar jag jord som är utgrävd och hur mycket behöver jag gräva ut.
>
> (Svar från lärare/forskare)

Sammantaget speglar ovanstående datautdrag hur det bland svaren fanns beskrivningar av mer implicit rekontextualisering av matematik i bygg- och anläggningsarbete. Dessa arbeten kunde exempelvis handla om byggande, mätning, grävande och stenläggning.

3. Matematik utan någon relation till bygg och anläggning

Bland svaren kunde vi också hitta kategorin där skolmatematik beskrevs men utan någon tydligt beskriven koppling till bygg och anläggning. Dessa kunde handla om kortfattade beskrivningar av vilken slags matematik som var relevant för bygg och anläggning:

> När vi räknar typ gånger eller längd eller höjd
>
> Geometri, vinklar, grader
>
> Det kan vara addition, subtraktion, multiplikation, division
>
> (Olika elevsvar)

I svaren ovan avspeglas hur olika matematikområden radades upp, utan någon koppling till bygg och anläggning.

Även bland svaren från lärare/forskare förekom denna kategori:

> Ytor - förhållande - förstoring/förminskning/rimlighet
>
> Framförallt att i verkstadsämnet ingår det mängder av geometri, tal, sannolikhet, symmetrier, alla de områden som behandlas.
>
> (Svar från lärare/forskare)

Svaren ovan behöver inte innebära att den svarande inte såg matematik som rekontextualiserat i byggämnets verksamhet, utan detta var i stället något som togs för givet eftersom frågorna handlade om matematik i byggämnet och vice versa. Vi kunde dock se en skillnad mellan första och andra tillfället som de medverkande svarade på frågorna, där det i svaren från det andra tillfället var mer tydligt beskrivet hur matematik kunde rekontextualiseras i byggämnets aktiviteter.

Andra svar handlar om hur den reguljära matematikundervisningen inte anknöt till bygg och anläggning i någon hög grad:

> Märker det [verkstaden i matten] inte och tycker inte att det blir någon skillnad
>
> Man räknar mer annorlunda i klassrummet för där sitter man med en mattebok och räknar, räknar och räknar.
>
> När man är på [matematik]lektion förstår man lite och det är lite komplicerat
>
> (Olika elevsvar)

Det vi utläste ur elevutsagorna ovan är hur dessa elever inte ser att verkstaden finns med i den reguljära matematikundervisningen. Inte heller läroboken verkar anknyta till yrkesämnet i hög grad. Det går att utläsa att vissa elever uttryckte att matematiken i sig var svår på de reguljära matematiklektionerna.

Samband som stödjer lärandet

Svaren nedan omfattar samband mellan områdena i modellen i figur 3 och presenteras i två kategorier, där det ena stödjer lärandet i matematik, medan det andra stödjer lärandet i byggämnet.

Kategori 1- Ämnena tillsammans kan förklara, hjälpa och påverka lärandet i matematik

En kategori som beskriver ett samband mellan områden i modellen i figur 3 är att undervisning i bygg och anläggning tillsammans med matematik kan förklara och hjälpa lärandet i matematik:

> Att använda matte i verkstaden är bättre och enklare att lära sig och förstå och att de visar det så man kan se det och får det bättre i huvudet
>
> Personligen lär jag mig bäst praktiskt
>
> Det blir lättare när [hen] ger till exempel ett exempel med hur skulle du göra om du hade en vägg och skulle göra så. Så det blir lättare
>
> Det gör det lättare att förstå matte när man till exempel vet varför man gör det
>
> Tycker det är roligare att använda matte ute i verkstaden för då förstår jag mer och man ser HUR man ska räkna
>
> (Olika elevsvar)

Ovanstående svar visar hur elever såg en tydlig nytta i att lära sig matematik i en undervisning som var organiserad som ett samarbete mellan matematik och bygg och anläggning. De lyfte fram hur det blev lättare att förstå och också att det påverkade så att det blev roligare. I lärar/forskar-svaren finns samma tema, men från ett lärarperspektiv:

> Vi ser också att matematiklärarens språk förändras med mer bygg-språk och mer kopplingar till bygg
>
> Vi har diskuterat förhållande mellan stenarnas proportionalitet - likformighet när eleverna anlägger en gång i teori
>
> Elevernas inställning ändrats under projektets gång och de blir inte längre stressade när matematikläraren vill diskutera arbetsmoment, utan stannar i stället upp och diskuterar och är

öppna för eventuella kopplingar till matematik

(Svar från lärare/forskare)

I lärar/forskarsvaren går att se en beskrivning av att undervisning med matematik och bygg och anläggning kunde gynna matematikämnet genom att språket tydligare kopplades till yrkesämnet. Ett annat tema handlar om hur matematikläraren kunde fånga matematik som en del i byggmoment, exempelvis stenars proportionalitet. Eleverna beskrevs också blir mer positiva till att det sistnämnda skedde.

Kategori 2 - Matematiken kan förklara, hjälpa och påverka lärandet i byggämnet

Ett samband mellan områden i modellen i figur 3 handlade om att ett starkare inslag av matematik i undervisningen kunde hjälpa lärandet i bygg och anläggning. Svar som kunde tolkas på detta sätt var närvarande framför allt i den andra omgången av svar:

Det förklarar hur saker och ting fungerar

Man lär sig olika sätt att beräkna material och hur långt avstånd eller att gräva djupt

Det är väldigt kul att man samtidigt jobbar och räknar. Man får mer uppfyllelse i arbetet. Inte tråkigt och jobbigt.

(Olika elevsvar)

Av svaren ovan utläste vi hur eleverna beskrev att matematiken var en hjälp för att förstå hur vissa procedurer i bygg och anläggning fungerar, men också att matematik var en hjälp för att beräkna centrala mängder eller mått. Den tredje elevutsagan ovan tolkade vi som att eleven tyckte att matematikinslagen positivt påverkade bygg- och anläggningsarbetet. Även i gruppen lärare/forskare kunde kategorin att matematiken förklarade/hjälpte/påverkade bygg och anläggning förekomma:

Byggämnets bilder och bredd hänger med som en röd tråd och på tråden kan vi fästa klädnypor av matematik som stärker innehållet exempelvis vid diskussion om förberedelse av att anlägga en yta...

Yrkets kärna belyses mer förklarande nu, på det sättet blir det lättare att förklara varför vi utför konstruktioner på ett visst sätt samt byggnadsmaterialens utformning (dimension)

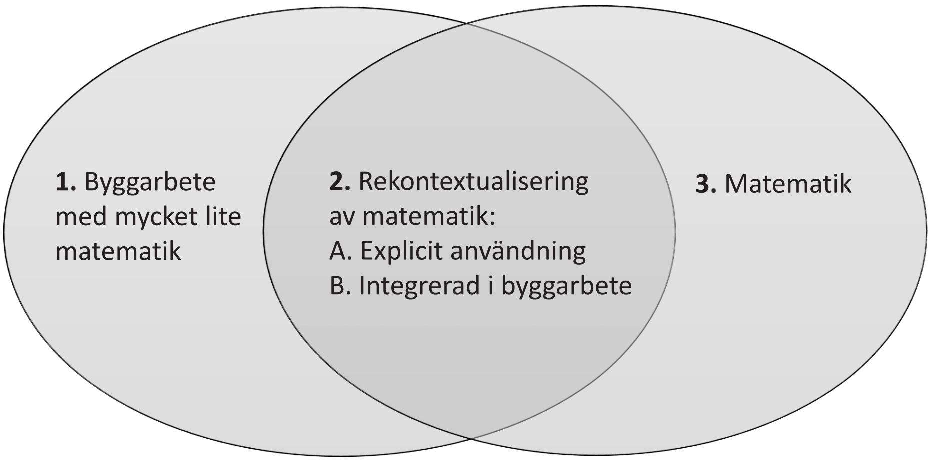
(Svar från lärare/forskare)

Av ovanstående datautdrag utläste vi att det också från ett lärarhåll gick att se positiva konsekvenser när matematiken fick en roll att tydliggöra och förklara exempelvis konstruktioner inom bygg och anläggning.

Sammanfattning av resultat och slutsatser

I det följande sammanfattar vi resultaten från studiens båda frågeställningar, där den ena kortfattat handlade om hur relationerna mellan matematik och bygg och anläggning kan sammanfattas i en modell och den andra om hur elever, lärare och forskare beskriver relationer mellan matematik och byggämnet i svar på frågeställningar. Vår sammanfattning består i att vi visar en reducerad version av modellen samt att vi summerar kategorier utifrån analysen av fråga 2.

Vår framtagna modell syns i figur 4.



Figur 4. *Reducerad version av en modell för relationen mellan matematik och bygg och anläggning*

Sammanfattningsvis identifierades följande delområden, och relationer mellan dem, under forskningsprojektet:

- Område 1. Aktiviteter inom bygg och anläggning där matematik inte används i hög grad.
- Område 2A. Rekontextualisering av matematik som explicit användning av matematik.
- Område 2B. Rekontextualisering med matematiska begrepp och metoder som en integrerad del av bygg och anläggning
- Område 3. Matematikinnehåll som inte relateras till bygg och anläggning
- Bygg och anläggning tillsammans med matematik (område 2 i figur 4) kan förklara/hjälpa/påverka lärandet i matematik (område 3)
- Matematiken (område 3) kan förklara/hjälpa/påverka lärandet i bygg och anläggning (områden 1 och 2)

Diskussion

Denna artikels kunskapsbidrag är en modell som visar relationer mellan matematik och ett yrkesämne som bygg och anläggning.

Modellen - ett kunskapsbidrag

Modeller med cirklar som delvis överlappar (Venndiagram) är ingen nyhet i forskning inom detta fält (se t.ex. Lindberg, 2003b). Vid konstruktionen av modellen var det förvisso en viktig poäng att vi inte såg de båda kunskapsområdena matematik och bygg och anläggning som helt skilda områden, utan att det också fanns ett tvärsnitt där båda kunskapsområdena ingår samtidigt. Det är dock främst i de kategorier som vi har infogat i diagrammet som studiens främsta kunskapsbidrag ligger, där vi pekar på matematik som integrerad i yrkesaktiviteter, där matematik är ett explicit redskap för planering och problemlösning. Genom att analysera skriftliga elevröster och också lärar- och forskarröster har vi kunnat bidra med nyanser till modellen inklusive samband mellan olika områden i modellen.

Dessa resultat ska inte förstås som att vilket samarbete som helst mellan ämnen är av godo. Något som var tydligt under projektet var att båda ämnena togs på allvar, vilket skedde genom att vi (Bellander och Blaesild) som erfarna lärare i respektive ämne samarbetade. I undervisningen fanns således inslag av alla delar av modellen i figur 4, inklusive pass med fokus främst på bygg och anläggning och pass med fokus främst på matematik. Vi delar de farhågor som Gellert och Jablonka (2009) beskriver om att matematikämnet kan komma i skymundan genom ett fokus på en icke-autentisk verklighet i matematikklassrummet. I föreliggande studie var målet att matematiken skulle knytas till autentiska yrkesaktiviteter där så var relevant.

När kunskapen blev relevant ökade förståelse och engagemang

Bernstein (2000) beskriver faran med en undervisning där vad som räknas som viktig kunskap (igenkänningsregler) och sätt att uttrycka denna kunskap på (realiseringsregler) inte görs tydliga för eleverna. I en sådan undervisning lyckas elever från studievana hem bättre än elever från hem med lägre socioekonomisk status. De flesta eleverna, om inte alla, i föreliggande studie hörde till den sistnämnda gruppen.

Genom ett explicit arbete med att tydliggöra för lärare (sig själva och kollegor), för forskare samt för elever hur relationer mellan matematik och bygg och anläggning kan beskrivas, gjordes i själva verket det implicita explicit. Eleverna blev mer och mer engagerade i aktionsforskningsprojektet, och samtidigt i undervisningen, såväl ut ett matematikperspektiv som ur ett bygg- och anläggningsperspektiv. Med andra ord handlade projektet om att både hålla isär ämnen och att integrera på relevanta sätt. Projektet handlade också om att ge elever som annars lätt blir bortsorterade i skolan som system möjligheter att förstå vad som räknas som relevant kunskap, såväl i skolan som i den framtida yrkesverksamheten. Dock skedde arbetet inom nuvarande läroplan och det skulle vara möjligt att utifrån Dahl (2014) problematisera den begränsande roll som ämnesplanen i matematik för yrkesprogram kan ha. I fallet med föreliggande studie skulle detta då handla om elever som går på bygg- och anläggningsprogram och fortsatta studier exempelvis inom teknikområdet, där det är svårare för yrkeseleverna att gå uppåt i den vertikalt organiserade diskursen från matematik 1a till 2a till 3b och 4, än vad det är för elever som läser natur/teknik. En fördjupning av detta slag låg dock utanför denna studie.

En begränsning är det låga antalet deltagare i studien. Vi menar dock att modellen som sådan kan ses som en första idé till hur relationer mellan karaktärsämnen, till exempel bygg och anläggning, och matematik kan förstås. I kommande projekt kan modellen användas, och därmed förändras. Modellen visar hur lärare som samarbetar över ämnesgränser kan gå ihop i gemensam undervisning och också gå isär. Vidare visar modellen hur kvaliteten på relationer mellan matematik och yrkesämne inte handlar om en specifik plats, utan om olika slags undervisningsinnehåll.

Tack

Vi vill framföra våra tack till Malmö stad som sedan 2014 har finansierat KaMa-projektet via sin satsning på förstelärare, samt har finansierat Boistrups arbete som forskare i projektet under vårterminen 2016. Boistrups arbete har också finansierats av Stockholms universitet, särskilt under skrivandet av denna artikel. Vi vill också framföra vårt tack till Jonas Dahl, lektor i Malmö stad, som under forskningsstudien har fungerat som referensperson och värdefullt bollplank. Jonas har också läst artikeln i ett tidigare skede och gav genomtänkta och relevanta kommentarer. Vi tackar även granskarna, vilkas kommentarer var ett stöd för att göra artikeln tydligare.

Referenser

Bakker, A., & FitzSimons, G. F. (Eds.). (2014). Characterising and developing vocational mathematics knowledge [Special issue]. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 86, nr. 2, ss. 151-156.

Bakker, A., Kent, P., Hoyles, C., & Noss, N. (2011). Designing for communication at work: A case for technology-enhanced boundary objects. *International Journal of Educational Research*, vol. 50, ss. 26–32.

Bellander, E., & Blaesild, M. (2016). *KaMa. Karaktärsämnes-matematik*, tillgänglig online: kamatte.blogspot.se. [Hämtad den 10 oktober, 2017, från http://kamatte.blogspot.se/]

Bishop, A. J. (1988). *Mathematical enculturation. A cultural perspective on mathematics education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Boistrup, L.B. (2015). Vuxnas matematik: I arbetet och för skolan. I: Vetenskapsrådet (Ed.), *Resultatdialog 2015* (ss. 56-69). Stockholm: Vetenskapsrådet.

Boistrup, L.B., & Gustafsson, L. (2014). Construing mathematics-containing activities in adults' workplace competences: Analysis of institutional and multimodal aspects. *Adults Learning Mathematics: An International Journal*, vol. 9, nr. 1, ss. 7-23.

Boistrup, L.B., & Henningsen, I. (2016, under tryckning). What can a re-analysis of PIAAC data tell us about adults and mathematics in working life? *Proceedings of the tenth research seminar of the Swedish Society for Research in Mathematics*

Education in Karlstad January 26–27, 2016 (MADIF10).
Boistrup, L.B., & Keogh, J. (2017). The context of workplaces as part of mathematics education in vocational studies: Institutional norms and (lack of) authenticity. Accepted for *Proceedings of 10th Congress of European Society for Research in Mathematics Education. 1-5 February 2017.* Institute of Education Dublin City University.
Dahl, J. (2014). *The problem-solving citizen*. (lic.-avh.) Malmö: Malmö högskola.
Dowling, P. (1998). *The sociology of mathematics education: Mathematical myths/pedagogic texts*. London: Falmer Press.
FitzSimons, G. E. (2002). *What Counts as Mathematics? - Technologies of Power in Adult and Vocational Education*. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
FitzSimons, G. E. (2014a). Commentary on vocational mathematics education: Where mathematics education confronts the realities of people's work [Special issue]. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 86, nr. 2, ss. 291-305.
FitzSimons, G. E. (2014b). Mathematics as vocational knowing: The importance of recontextualisation. *Quaderni di Ricerca in didattica*, vol. 24, nr. 1, ss.102-109.
FitzSimons, G. E. & Boistrup, L.B. (2017). In the workplace mathematics does not announce itself: Towards overcoming the hiatus between mathematics education and work. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 95. Nr.3, ss. 329-349.
Frejd, P. & Bergsten, C. (2016). Mathematical modelling as a professional task. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 91, nr. 1, ss. 11-35.
Gellert, U. & Jablonka, E. (2009). "I am not talking about reality". I L. Verschaffel, B. Greer, W. Van Dooren, & S. Mukhopadhyay (Red.), *Words and worlds: Modelling verbal descriptions of situations* (ss. 39-53). Rotterdam: Sense Publishers.
Hodge, R. & Kress, G. (1988). *Social semiotics*. Ithaca, N.Y.: Cornell University Press.
Hoyles, C., Noss, R. & Pozzi, S. (2001). Proportional reasoning in nursing practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, vol. 32, nr. 1, ss. 4–27.
Johansson, M. C. (2014). Counting or caring: Examining a nursing aide's third eye using Bourdieu's concept of habitus. *Adults Learning Mathematics*, vol. 9, nr.1, ss. 69-84.
Keogh, J.J., Maguire, T.M. & O'Donoghue, J. (2016). Re-contextualising mathematics for the workplace. *Paper presenterat på 13th International Congress on Mathematical Education*. July 24-31, 2016, Hamburg.
Lerman, S. (2000). The social turn in mathematics education research. I J. Boaler (Red.), *Multiple perspectives on mathematics teaching and learning* (ss. 19-44). Westport, CT: Ablex Publishing.
Lindberg, L. & Grevholm, B. (2011). Mathematics in Vocational Education: Revisiting a Developmental Research Project, Analysis of One Development Research Project about the Integration of Mathematics in Vocational Subjects in Upper Secondary Education in Sweden. *Adults Learning Mathematics*, vol. 6, nr.1, ss. 41-68.
Lindberg, V. (2003a). Learning practices in vocational education. *Scandinavian Journal of Educational Research*, vol 47, nr. 2, ss. 157-179.
Lindberg, V. (2003b). *Yrkesutbildning i omvandling: en studie av lärandepraktiker och*

kunskapstransformationer (Diss.) Stockholm: Lärarhögskolan.

Muhrman, K. (2016). *Inget klöver utan matematik: En studie av matematik i yrkesutbildning och yrkesliv.* (Diss.) Linköping: Linköpings universitet.

Nylund, M. & Rosvall, P. (2011). Gymnasiereformens konsekvenser för den sociala fördelningen av kunskaper i de yrkesorienterade utbildningarna. *Pedagogisk Forskning i Sverige*, vol. 16, nr. 2, ss. 81-100.

OECD (Ed.). (2013). *Skills Outlook 2013: First Results from the Survey of Adult Skills*. OECD Publishing. doi:10.1787/ 9789264204256-en. [Hämtad den 28 augusti 2015 från http://www.oecd-ilibrary.org/education/oecd-skills-outlook-2013_9789264204256-en].

O'Donoghue, J. (2002). Mathematics or numeracy: Does it really matter. I J. Evans, P. Healy, D. Kaye, V. Seabright, & A. Tomlin (Red.), *Proceedings of the 9th international conference of Adults learning mathematics (ALM9). A research forum. July 17-20, 2002*, Uxbridge, London, UK (ss. 34–43). London: King's College.

Skolverket. (2011). *Läroplan, examensmål och gymnasiegemensamma ämnen för gymnasieskola 2011*. Stockholm: Fritzes.

Skovsmose, O. (1990). Mathematical education and democracy. *Educational studies in mathematics,* vol 21, nr.2, ss. 109-128.

Skovsmose, O. (2005). *Travelling through education: Uncertainty, mathematics, responsibility*. Rotterdam, The Netherlands: Sense Publisher.

Tsatsaroni, A. & Evans, J. (2015). Adult numeracy and the totally pedagogised socity: PIAAC and other international surveys in the context of global educational policy on lifelong learning. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 87, nr. 2, ss. 167–186.

Van Leeuwen, T. (2005). *Introducing social semiotics*. London, UK: Routledge.

Wedege, T. (1999). To know or not to know mathematics, that is a question of context. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 39, nr 1-3, ss. 205-227.

Weeks, K. W. Hutton, B. M., Coben, D., Clochesy, J. M., & Pontin, D. (2013). Safety in Numbers 2: Competency modelling and diagnostic error assessment in medication dosage calculation problem-solving. *Nurse Education in Practice*, vol. 13, nr.2, e23-e32.

Williams, J. S. & Wake, G. D. (2007). Black boxes in workplace mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, vol. 64, nr. 3, ss. 317-343.