

Kulturalisering og generalisering

- En undersøgelse af mulighederne for udvikling af interdisciplinær didaktik og moderne refleksiv dannelse gennem brug af begreber fra den kognitive semantik i matematik- og litteraturundervisningen

Peter Kaspersen^{1*} & Bjørn Felsager²

Universitet: Syddansk Universitet¹, Københavns Universitet²

Abstract: Et af de vigtigste mål i gymnasieundervisningen i Danmark er at alle fag i perioder skal medvirke i en række interdisciplinære undervisningsforløb og derigennem bidrage til at eleverne udvikler en moderne dannelse på tværs af fag- og fakultetsgrænser. Det kræver at man kan identificere et dannelsesbegreb i alle fag, ikke kun i humaniora. Af styredokumenterne fremgår det at en sådan moderne dannelse er knyttet til en kombination af personlig myndighed og refleksiv videnskabelighed, eller endda et vist kendskab til videnskabsteori. En af erfaringerne er imidlertid at skolens to største fag, matematik og modersmål, ofte kun har en hjælpefunktion i det faglige samspil som henholdsvis et regne- og et skrivefag. Denne artikel beskriver og analyserer et interventionsforskningsprojekt, *Kognition og Uendelighed*, som blev gennemført i en række danske 1.g.-klasser hvor matematik og danskfagets litteraturlid indgik som de eneste fag. Målet var at undersøge om man kan overvinde det svælg som eksisterer mellem de to fag. Kan matematikundervisningen gøres mere kulturelt kontekstuel, og litteraturundervisningen mere kognitivt begrebslig? Midlet var en *fælles begrebsbrug* hentet fra den kognitive semantik, og et *fælles emne*, uendelighed, som samtidig er et vigtigt matematisk begreb. Konklusionen på artiklen er at det viste sig vanskeligt og ressourcerelevende at etablere et nyt dannelsesgrundlag. Det kræver mere forskning, udvikling af læremidler, kompetenceudvikling af lærerne og gennemførelse af flere udviklingsforløb. Men man kunne bevæge sig et stykke. Det fælles grundlag der blev etableret, bestod særligt i en fælles udvikling af elevernes *repræsentationskompetence* og i *kombinationen af elevcentreret og begrebsstyret læring og didaktik* i begge fag.

Keywords: interdisciplinary instruction, general formation, mathematics, literature, cognitive semantics, educational design research

* Corresponding author: peterwkaspersen@gmail.com

Artiklens form

Artiklen bygger på et interventionsforskningsprojekt der er gennemført i et antal danske gymnasieklasser. Vi har valgt at bruge den gængse disposition for en videnskabelig artikel: identifikation af et problem, opstilling af forskningsspørgsmål og hypoteser, præsentation af teoretisk baggrund, metoder og præsentation af empiri, konklusion og diskussion. Men denne form kan gøre selve den konkrete intervention nærmest usynlig, og vi har derfor valgt at supplere med afsnit der til dels har karakter af projektrapportering.

Det uddannelsespolitiske problem

Udgangspunktet er et *problem* som er knyttet til det krav om sammenhængen mellem interdisciplinaritet og almindelse som siden gymnasireformen i 2005 står i styredokumenterne for de fire gymnasiale uddannelser i Danmark. Problemet består i den diskrepans der findes mellem kravet og opfyldelsen af det. I bekendtgørelsen for stx (det oprindelige klassiske gymnasium), kapitel 1, §1, stk. 2 og §1, stk. 4 hedder det:

Formålet med uddannelsen er at forberede eleverne til videregående uddannelse, herunder at de tilegner sig almindelse, viden og kompetence gennem uddannelsens kombination af faglig bredde og dybde og gennem samspillet mellem fagene". [...] "Uddannelsen skal have et dannelsesperspektiv med vægt på elevernes udvikling af personlig myndighed. Eleverne skal derfor lære at forholde sig reflekterende og ansvarligt til deres omverden: medmennesker, natur og samfund, og til deres egen udvikling. Uddannelsen skal tillige udvikle elevernes kreative og innovative evner og deres kritiske sans.

Begrebet *almendannelse* har spillet en rolle i de nordtyske og nordiske skolesystemer siden 1800-tallet i forskellig grad og udformning (Klafki 2001/1985. Westbury, Hopmann & Riquarts 2000. Haue 2003. Hopmann 2007. Aase & Hägerfeldt 2012). I Danmark har begrebet siden gymnasireformen i 1903 været den vigtigste sammenhængsskabende faktor i gymnasiet og særligt knyttet til de store humanistiske fag dansk (litteraturdelen) og historie. Dannelsen har derfor haft et nationalt præg. Den citerede bekendtgørelsesformulering, der stammer fra gymnasireformen i 2005 og er blevet bibeholdt siden, indeholder en delvis ny forståelse af hvad almindelse i gymnasiet er. Som tidligere er almindelse udvikling af personlig myndighed, men den skal nu også fremmes gennem interdisciplinaritet, kaldet *fagligt samspil*, hvorved alle fag bliver betraget som almindannende. Når naturvidenskabsfag skal være almindannende, er det nødvendigt at afklare forholdet mellem dannelse og videnskabelighed.

Det faglige samspil skal udfoldes i en række forskellige former, som har været genstand for forskning og evaluering siden 2006 (Dolin m. fl. 2006. EVA 2009. EVA 2014). EVA (2009) indeholder en evaluering af hvordan den mest ambitiøse form, Almen studieforberedelse, blev implementeret i det første gennemløb af reformen 2005-2008. I rapporten står der bl.a. at "nogle skoler har udformet håndbøger som revideres løbende" (s. 27). Håndbøgerne samler op på best practice (s. 27), men der "synes ikke at være gjort mange systematiske erfaringer på skolerne med at udvikle forskellige modeller for hvordan fagene kan indgå i de flerfaglige samspil" (s. 34). Det fremgår at de fleste forløb gennemføres som parallelundervisning omkring et fælles emne. Parallellæsning er den mest uambitiøse form for interdisciplinaritet (Jantsch 1972, Ulriksen 2001, Klausen 2011,

Jankvist 2012), og der består derfor et vist modsætningsforhold mellem det oprindelige, meget høje ambitionsniveau (Larsen 2002, Fink 2004) og resultaterne af første gennemløb.

Ifølge en nyere evalueringsrapport (EVA 2014) er en del af de begyndervanskeligheder der rapporteredes i EVA (2009), siden blevet løst, men nogle står tilbage:

Særligt vanskelige er målene om, at eleverne skal kunne vurdere de forskellige fag og faglige metoders muligheder og begrænsninger i forhold til den konkrete sag, og at de skal demonstrere indsigt i videnskabelig tankegang og gøre sig elementære videnskabsteoretiske overvejelser i forhold til den konkrete sag (s. 7).

Problemet kan således indkredses til at bestå i elevernes usikkerhed mht. hvordan faglig viden og faglige metoder og teorier – gymnasiets traditionelle styrkeområder - skal indgå i flerfaglige projekter der er struktureret omkring ”sager”. Et alvorligt problem fordi det kan tvinge lærere og elever til at vælge mellem faglig kvalitet (dybde dimensionen) og tværfaglig sagsbehandling (bredde dimensionen). Af den citerede formulering fremgår det ikke hvordan forholdet er mellem videnskabelig tankegang og almindelse.

Det didaktiske problem: Fagligt samspil med dansk og matematik

Det danske uddannelsespolitiske problem er en variant af en mere almen problemstilling, som har både politiske og didaktiske aspekter. Mens det er forholdsvist nemt at konstruere en flerfaglig undervisning om samfundsrelaterede sager, forholder det sig anderledes når det gælder inddragelsen af de humanistiske og de naturvidenskabelige fag, som ikke på samme måde beskæftiger sig med sager. Det er ekstra uheldigt fordi de to største fag i det danske skolesystem – og i de fleste europæiske - netop er det humanistiske grundfag modersmål og det videnskabelige metafag matematik. Kun engelsk kan konkurrere i forekomst og omfang med de to fag (Auring m.fl 2001). Et krav om fagligt samspil og styrkelse af almindelsen bør derfor også opfyldes i disse to fag. For de humanistiske fags vedkommende har man søgt at løse dette problem ved at nedtone deres individorienterede eksistentielle præg og gøre dem til kulturfag (cultural studies).

Konsekvensen kan aflæses i EVA (2014). Samfundsfag og historie er suverænt de fag der hyppigst indgår i eksamen i Almen studieforbereelse. Matematik nævnes slet ikke, og dansk er ikke specificeret ud i enkeltområder (EVA 2014:53). Man kan tillade sig at slutte at matematik og dansk i de faglige samspil mest fungerer som redskabsfag, henholdsvis som et regne/statistikfag og som et formidlingsfag. I den udstrækning almindelsen skal styrkes gennem et sagsorienteret fagligt samspil, bliver det altså de samfundsvidenskabelige fag der definerer hvad almindelse og videnskabelig tankegang er, mens dansk, specielt litteraturdelen, og matematik ikke bidrager ret meget. Problemstillingen hænger sammen med den velkendte splittelse mellem humaniora og naturvidenskab i den europæiske kultur (Snow 1961), som også kommer til syne i skolen:

Elevene må vite at når de åbner norsk boka, og når de åbner matematikkboka, forholder de seg til to helt ulike fagfelt som kommuniserer gjennom ulike diskurser. De må også være bevisste hvilke sjangrer det konkrete stoffet uttrykkes i. Dette er begynnelsen, men det er ikke nok. De må videre bli bevisst det Feldman og Kalmar (1996) og Bruner (Bruner, 1986, 1990, 1996b) kaller ulike "frames for thinking" (ibid.), og de må bli klar over at det viktigste i matematikktimene er *å forklare*, mens det viktigste i norsktimene er *å tolke*. Den viktigste forskjellen mellom de to tenkemåtene, er at matematikk-diskursen fører dem inn i en verden som er abstrakt, symbolsk, konseptuell, fylt av gitte logiske systemer og regler, "toward the decontextualisation

of meanings", og derved fremmed og underlig i forhold til deres vanlige væren i verden. I norsktimene, derimot, møder de en verden som er så hverdagslig lik deres egen, at de trenger skolens hjelp til å skape nødvendig avstand, en metaspråklig bevissthet om den. De skal ikke *forklare* sin verden. De skal tolke og prøve å forstå den på bakgrunn av den konteksten der hendelsen skjer. På samme måte som vi ikke skal forklare og begrunne hendelser i litterære tekster. Vi skal tolke og prøve å forstå dem i kontekster (Kleve & Penne 2012).

Kleve & Pennes artikkel handler om den norske barneskole, men deres citater viser at problemstillingen er international. Forfatterne spidser problemstillingen til således:

"Generalisering" i norskfaget er ikke det samme som "generalisering" i matematikk:

I matematikkfaget er generalisering et sentralt begrep og en forutsetning for matematisk dekontekstualisert argumentasjon. I norskfaget er dette helt annerledes. Der advares sterkt mot generaliseringer i argumentasjonssammenheng. Bakgrunnen er den samme som tidligere referert. Norskfaget skal primært tolkes hermeneutisk og kontekstuel. En hendelse skal forstås i den konteksten den inngår i, på nøyaktig samme vis som argumentasjonen i en rettsal (Kleve og Penne 2012).

Denne analyse kaster et skarpere lys over problemstillingen: elevenes manglende evne til å bruke faglige begreber i sagsorganiseret læring. Når det drejer sig om at bruke matematiks og modersmålsfagets faglighed, støder de på det problem at der er et ingenmandsland mellem disse to fags brug af det afgørende videnskabelige greb: generalisering. Matematik bevæger sig helst i abstraktionernes himmel og kan ikke forbindes med nogen erfaringsbaseret kontekst, og norskundervisningen løfter sig til gengæld sjældent op over almindelig hverdagsnak, som ikke lærer eleverne at reflektere. Hvordan skal eleverne kunne bruge disse to fag sammen, og sammen med også andre fag, hvis det centrale videnskabsteoretiske begreb betyder noget helt forskelligt i de forskellige fag?

Kleve & Pennes formuleringer efterlader det indtryk at interdisciplinaritet på tværs af fakultetsgrænser næsten er umulig. I deres konklusion peger de dog på at der også findes ligheder mellem matematik og norsk, og at disse ligheder må styrkes i undervisningen. Det skal ske ved at skabe en metasproglig og metakognitiv bevidsthed hos eleverne i det som Kleve & Penne kalder et didaktisk "literacy-perspektiv". Men de slutter deres artikkel med at konstatere at dette område er lidet udforsket. Nærværende undersøgelse og artikkel kan betragtes som et led i denne udforskning idet der her analyseres et empirisk materiale der er konstrueret netop for at belyse denne problemstilling.

Problemformulering og hypoteser

Problemformuleringen kan stilles således op:

På hvilke måder kan et interventionsforskningsprojekt med brug af både et fælles fagligt emne (sag) og begreber fra kognitiv semantik i undervisningen bidrage til udviklingen af en interdisciplinær didaktik som bygger bro mellem matematik- og litteraturundervisningen ved at styrke generalisering i litteraturundervisningen og kulturalisering i matematikundervisningen?

Eller udtrykt som en *hypotese*:

Det er muligt gennem et interventionsforskningsprojekt både at designe og med videnskabelige metoder undersøge et undervisningsforløb der som mål har at udvikle en interdisciplinær didaktik der lever op til det ambitionsniveau som er angivet i styredokumenterne i det danske gymnasium. Det kan ske gennem anvendelse af et begreb som "Uendelighed" og af begreber fra den kognitive semantik. Denne didaktik kan lægge sig hen over grænsen mellem

humaniora og naturvidenskab med potentiale til styrkelse af elevernes kendskab til videnskabs-teori og dermed af en ny form for almindelig dannelse. Forbindelsen mellem de involverede fag kan realiseres ved at stille krav til lærerne og eleverne om at anvende generelle begreber om meningsdannelse i litteraturundervisningen, og om at bruge både matematiske og litterære repræsentationsformer i matematikundervisningen, hvorved matematik kulturaliseres.

Det bør nævnes at der var andre hypoteser i spil i projektet: 1) At en interdisciplinær didaktik af den beskrevne art særligt ville komme de gymnasiefremmede elever til gode. 2) At den anvendte interventionsform ville kunne bruges som en opdateret form for videreuddannelse af lærerne. 3) At brugen af et it-værktøj der faciliterer smidige skift mellem forskellige matematiske repræsentationsformer, ville kunne støtte matematikdidaktikkens kulturalisering, 4) At brugen af kropslig bevægelse i matematikundervisningen ville have en lignende effekt. Af pladshensyn behandles disse fire hypoteser ikke selvstændigt i denne artikel.

Teori og metodologi

I en statusopgørelse over videnskabsteoretiske positioner i aktuel humanistisk forskning i Danmark (Pedersen, Stjernfelt & Køppe 2015a) har Pedersen, Stjernfelt & Køppe i artiklen ”Den samfundsmæssige vending i humanistisk forskning” analyseret resultaterne af en stor spørgeskemaundersøgelse blandt danske humanistiske forskere som viser hvilke teoretikere forskerne opgiver at have anvendt. En af deres iagttagelser er: ”Det er vigtigt at være opmærksom på, at mange humanister arbejder med udgangspunkt i flere teoretiske retninger, traditioner og strømninger” (2015b: 225). Også dette projekt og denne artikel bygger på et ret omfattende teoretisk forarbejde hvor bestræbelsen har været at bruge resultater fra flere forskellige typer af teorier til at belyse et sammensat fænomen. I det følgende præsenteres disse teorier.

Interdisciplinaritetsteori

Den grundlæggende teori er interdisciplinaritetsteori. David Budtz Pedersen og Finn Collin beskriver i artiklen ”Tværfaglighed og forskeruddannelse i humaniora” hvordan anvendelsen af interdisciplinaritet har bredt sig i de seneste år på universiteterne som følge af et dobbelt krav: et politisk ønske om effektivt at drage nytte af videnskabens resultater i andre dele af samfundet, og et ønske blandt forskerne selv om at række ud over deres eget afgrænsede forskningsområde (Pedersen & Collin 2015: 397). Det er dette dobbelte krav til forskningen der også er smittet af på de gymnasiale uddannelser. Men kravet har uklare succeskriterier og kan føre i flere retninger. Pedersen & Collin henviser til Peter Galison (1997) der har udformet en teori om at samspillet mellem fag ligner dannelsen af internationale *handelszoner*, hvor der i starten kommunikeres på sprog som ligner pidginengelsk. Der er altså en fare for at samspil medfører effektivitet men også overfladiskhed hvor viden nedbrydes i stedet for at opbygges.

Begrebet om handels- eller *udvekslingszoner* er blevet viderebearbejdet af Harry Collins m. fl. (2007) til en model over forskellige former for samarbejde som er præget af større eller mindre grader af integration. Som eksempler på interdisciplinaritet med en så høj grad af integration at der er opstået nye fag med egne sprog, nævnes biokemi, nanovidenskab og kognitionsforskning (Pedersen & Collin: 412).

Collins' model kan ikke direkte bruges til en karakteristik af tværfaglighed på gymnasieniveau, fordi gymnasiefag ikke kan udvikle nye videnskabelige sprog, men den kan bruges specifikt i denne sammenhæng fordi den peger på kognitionsforskningen som den interdisciplinære teori om *mening*. Netop denne teori blev i dette projekt brugt til at realisere interdisciplinær teori i de ellers vidt forskellige fag matematik- og litteraturundervisning ved at benytte sig af kognitionsforskningens relativt nyudviklede begrebslige sprog – som i øvrigt er under stadig udvikling.

Interdisciplinær didaktik

Collins' teori har derimod ikke noget at sige om *interdisciplinær didaktik*. Mens almindelig didaktik og fagdidaktik er veludviklede discipliner, kan det samme ikke siges om interdisciplinær didaktik. I Danmark er der gjort forsøg på at karakterisere interdisciplinær didaktik som en *sammenlignende fagdidaktik* der er forskellig fra almindelig didaktik (Krogh & Nielsen (red.) 2011. Kaspersen 2011. Krogh & Nielsen (red.) 2012. Krogh & Holgersen (red.) 2014).

Den form for interdisciplinær didaktik som denne artikel undersøger muligheden af at realisere, kan netop karakteriseres som en sammenlignende fagdidaktik, idet den tager udgangspunkt i nyere tendenser i matematik- og litteraturredidaktik. I *matematikdidaktikken* har man i de senere år ledt efter metoder til at genetablere forbindelsen mellem menneskelige erfaringer og matematisk formalisme. Det er fx udgangspunktet for det hollandske didaktiske koncept *Realistic Mathematics Education* (RME) med udgangspunkt i Hans Freudenthals arbejder i begyndelsen af 1970'erne. RME er siden videreudviklet i Anna Sfards (1991) afgørende teori om produkt-proces dualitet. Matematik er ikke kun produkter men også processer. Matematikdidaktikeren Paul Ernest skelner tilsvarende mellem to diametralt modsatte matematiske problemløsningsstrategier. Den ene algoritmisk, den anden heuristisk, dvs. mere frit gådeløsende (Ernest 2011:113). Den sidste strategi udfoldes yderligere i William Byers' *How Mathematicians Think Using Ambiguity, Contradiction, and Paradox to Create Mathematics* (2007). Når man i didaktikken indarbejder beskæftigelse med matematikkens grundlæggende paradokser, beskæftiger sig med produkt-proces dualitet og med heuristiske strategier, kommer matematikundervisningen til at nærme sig grænsen til humaniora og dermed til hverdagerfaringer. Denne didaktiske drejning ligger ret langt fra traditionel matematikundervisning, der som regel er stærkt algoritmisk og formalistisk. Begge former er systematisk beskrevet i Ernest (2011).

Litteraturredidaktikken har siden 1970'erne været præget af en drejning væk fra tekstorientering til læserorientering. Denne drejning er et led i en større bevægelse væk fra strukturalistiske positioner til forskellige poststrukturalistiske, dekonstruktive og socialkonstruktivistiske positioner. Den elevorienterede erfaringspædagogik stammer fra 1970'ernes USA, men slog ikke mindst igennem i Skandinavien (Hetmar 1996. Malmgren 1996, Persson 2007), men er blevet kritiseret for at føre til tekstfjern, privat erfaringsudveksling (Penne & Kleve 2012, Sjöstedt 2013). Desuden stiller den angiveligt elever fra skolefremmede miljøer dårligt, fordi de erfaringer der bygges på i skolen, i praksis vil stamme fra skolenære middelklassmiljøer (Gee 2003. Penne 2012. Kleve & Penne 2012). Kritikken har dels ført til en tilbagevenden til en mere traditionel tekstdidaktik, dels til forsøg på at kvalificere den erfaringsbaserede didaktik teoretisk, fx ved brug af resultater fra forskellige dele af kognitionsforskningen (Hansen 2006, 2012. Kaspersen 2009). Det er den sidste bestræbelse der blev forfulgt i det beskrevne projekt.

Det krævede udarbejdning af en lokal didaktisk model. Modellen bestod i 1) at udvide *stofvalget* i matematik så det blev mere filosofisk og kontekstfølsomt, 2) at udvikle *arbejdsformerne* i matematik, sådan at flere repræsentationsformer kunne tages i brug, 3) at udvide *arbejdsformerne* i litteraturundervisningen sådan at der blev givet mulighed for en højere grad af begrebslig eksplicitering og generalisering, og 4) at styrke fagenes *legitimering* ved at realisere et nyt videnskabeligt (kognitionsforskning) underbygget begreb om almindelse.

Derimod var det ikke nødvendigt at overveje en udvidelse af *stofvalget* i dansk, eftersom det i forvejen er meget bredt. Til gengæld er legitimeringsproblematikken langt mere brændende i litteratur- end i matematikundervisningen. Diskussionen om hvad eleverne overhovedet skal bruge litteraturundervisning til, har grebet om sig siden 1960'erne (Kaspersen 2012a., 2012b).

Den kognitive semantik

Den kognitive semantik blev valgt fordi den handler om hvordan mening konstrueres i psykiske systemer (Luhmann 1987) gennem operationer med skematiske kognitive og kulturskabte mønstre. Teorien blev udviklet fra omkring 1980 i fag som lingvistik, litteraturteori, computervidenskab og psykologi, mest banebrydende i George Lakoff & Mark Johnsons *Hverdagens metaforer* (2005/1980), og brugen af teorien er velkendt i litteraturundervisningen og i humanistisk didaktisk forskning (Stockwell 2002. Hansen 2006. 2012. Kaspersen 2009. Jensen 2011. Penne 2012. Davidsen 2011. Jaén & Simon (red.) 2012. Harrison m. fl. (red.) 2014). Derimod har den ikke været meget anvendt i forbindelse med matematikundervisning og -didaktik. Men flere af teoriens ophavsmænd har dog skrevet om hvordan mening i matematik skabes efter de samme principper som i sprog og litteratur (Dehaene 1997. Lakoff & Núñez 2000. Fauconnier & Turner 2002). Det er denne domæneudvidelse af teorien fra humaniora til matematik der gør at den kunne bruges i det beskrevne interdisciplinære gymnasiale undervisningsforløb.

Mere specifikt kan teorien redegøre for forholdet mellem konkrete og almenmenneskelige sansemotoriske erfaringer og de mere abstrakte tankegange som skal læres i skolen. Det centrale begreb er "embodiment", den opfattelse at kognitive aktiviteter pga. deres korrelation til hjerneaktivitet er forbundet med kropslige erfaringer. Den måtte derfor formodes at være velegnet til at kvalificere den elevcentrerede erfaringspædagogik

I projektet havde teorien den dobbeltkarakter at den både var en del af forskernes teoretiske grundlag og en del af undervisningsmaterialet. I undervisningsforløbet blev der brugt et udvalg af begreber fra teorien, som eleverne skulle lære at bruge i deres analyser af de litterære tekster og af deres egen anvendelse af repræsentationsformer i deres interdisciplinære fremlæggelser: *Billedskemaer, projicering og blanding, begrebsmetaforer, prototyper, scenarier og scripts, tekstverdener* og deres forhold til *erfaringsverdener, topologiske, metonymiske og metaforiske funktioner*.

Interventionsforskning

Den eneste mulighed for at undersøge om en sådan opstillet model holder, var at gribe til intervention. Interventionsforskning visualiseres ofte ved hjælp af en janusfigur, hvis ene ansigt vender mod forskningen, mens det andet vender mod anvendelsen af forskningen, i dette tilfælde et pædagogisk udviklingsprojekt. Denne dobbeltkarakter skal sikre en forbin-

delse mellem forskning og undervisning, mellem teori og praksis, men den opløser samtidig en række af de skel som bruges til at sikre et mål af objektivitet i videnskabelige projekter og artikler, fx skellet mellem deltagere i et udviklingsprojekt og observatører i et forskningsprojekt.

Den vigtigste teoretiske kilde til interventionsforskning var Educational Design Research (EDR), som er anvendelse af Design Research (DR) på uddannelsesområdet. Konceptet er særligt beskrevet af en forskergruppe på det tekniske universitet i Twente i Holland (Van den Akker m.fl. 2006. Gravemeijer & Cobb 2006. McKenney & Reeves 2012).

Formålet med EDR er: 1) at styrke forskningens relevans for uddannelsespolitik og -praksis, 2) at udvikle empirisk baserede teorier om uddannelse, og 3) at øge designpraksissens robusthed (van den Akker 2006: 3f.). Van den Akker m.fl.s overvejelser munder ud i tilslutning til følgende almindeligt anvendte definition: ”a series of approaches, with the intent of producing new theories, artifacts, and practices that account for and potentially impact learning and teaching in naturalistic settings (Barab & Squire 2004, citeret fra van den Akker m. fl. s. 5).

Gruppen har både arbejdet med opstilling af teoretiske projektmodeller og med praktisk implementering af dem. Gravemeijer & Cobbs projektmodel kan i bearbejdet form gengives således:

Fase 1. Forberedelse af eksperiment	<ul style="list-style-type: none"> - Opstilling af mål - Identifikation af udgangspunkt - Arbejde med en lokal didaktisk teori
Fase 2. Gennemførelse af eksperiment	<ul style="list-style-type: none"> - Mikrocykluser af design og analyse - Datakonstruktion - Opstilling af en teorifledt fortolkningsramme.
Fase 3. Retrospektiv analyse	<ul style="list-style-type: none"> - Hensyntagen til virtuel gentagelsesmulighed - Økologisk validitet - Udvikling af fagdidaktiske teorier - Udvikling af innovationsanalyser - Overvejelser over design og forskning

Tabel 1. Gravemeijer & Cobbs model over et EDR-projekt

Modellen er overskuelig i den forstand at den er tidsligt struktureret, men den kaster ikke noget særligt skarpt lys over janushovedproblemet. Elementer af praktisk design og teoretisk forskning står side om side i de enkelte rubrikker. Ejersbo m.fl. (2008) har i stedet foreslået en model der består af to cirkler ved siden af hinanden med ét berøringspunkt. Den ene cirkel angiver faser i forskningsprocessen, den anden faser i designprocessen. Berøringspunktet angiver de to processers fælles udgangspunkt: identifikationen af et *problem*. Herfra bevæger forskningsprocessen sig gennem faserne *hypotese*, *data* og *teori*, mens designprocessen bevæger sig fra *design* og *intervention* til *artefakt*.

I formidlingen af projektets to processer er afsenderen i begge tilfælde forskeren/designeren, men i det første tilfælde er modtageren *forskersamfundet*, i det andet *markedet*. Set fra forskerens/designerens synsvinkel forløber de to processer samtidig og i indbyrdes interaktion, men sådan opfatter modtagerne det ikke. Forskere fokuserer ikke på designet og gennemførelsen af undervisningsforløbet, og markedet, der udgøres af offentligheden af udøvende lærere og lærerundervisere, fokuserer ikke på forskningsprocessen. Ifølge den

svenske sociolog Göran Goldkuhl må man oven i købet regne med at et DR-projekt og formidlingen af det har tre modtagergrupper: *forskersamfundet*, *det generelle praksisfelt* (fx lærere generelt og læreruddannere) og *det lokale praksisfelt* (de deltagende lærere), med helt forskellige interesser (Goldkuhl 2013). Efter McKenney & Reeves' opfattelse er den mest relevante formidlingsform derfor *forskningsfortællingen*, men de advarer samtidig om at denne genre giver publikationsproblemer fordi den ikke er almindeligt accepteret i videnskabelige publikationer.

Partnerskabsteori

Interventionens form kan mere præcist analyseres vha. partnerskabsteori. Partnerskabsteori betragtes af organisationsteoretikeren Niels Åkerstøm Andersen (2006) som en udvidelse af Niklas Luhmanns systemteori (Luhmann 1987). En partnerskabsgruppes funktionsduelighed afhænger af at den stort set har frie hænder til selv at træffe beslutninger om interventionens og undervisningens karakter med støtte i primærorganisationen, i dette tilfælde en skole. Et partnerskab består, i modsætning til et kontraktforhold, i en aftale om at man træffer nye aftaler løbende. Et partnerskab er derfor en organisation af 2. orden, præget af evne til selviagttagelse og improvisation, men også af paradoksalitet pga. de systemisk bestemte modstridende interesser mellem forskere og praktikere. Partnerskabets force er dermed muligheden for at manøvrere i komplekse og paradoksale situationer af typen: interdisciplinært samspil mellem meget forskellige fag. Risikoen består i konfliktdannelse og manglende overblik.

Undervisningsforløbets design

Dette afsnit har rapportkarakter. Undervisningsforløbet *Kognition og Uendelighed* blev udviklet i forbindelse med et landsdækkende udviklingsprojekt, *Matematik i flerfaglig sammenhæng* i regi af Danske Science Gymnasier (DASG) i 2009-10. Det blev første gang gennemført i en 1.g i foråret 2010 og efterfølgende afrapporteret til Undervisningsministeriet (EMU 2011) og i antologien *Levende matematik* (Olesen m. fl. 2011). Den matematiske del af projektet blev desuden beskrevet nærmere i artiklen "Coping with Infinity" (Felsager 2013). Forløbet er siden blevet afprøvet på yderligere fire gymnasier i foråret 2012, og på tre gymnasier i foråret 2014. Undervisningsforløbet optog alle matematik- og dansktimer i 2-3 uger + tid til en afsluttende elevfremlæggelse.

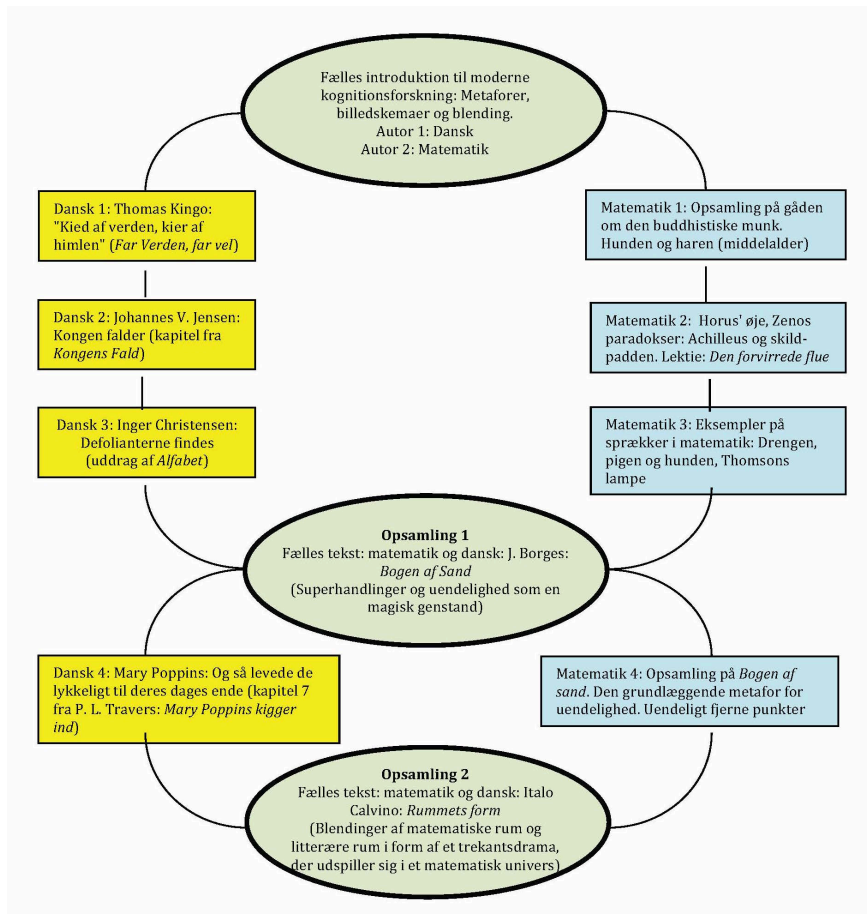
Planlægningen blev gennemført i 2009-2010 i et *partnerskab* mellem tre lærere på Midtsjællands Gymnasium og to forskere, artiklens forfattere. På gruppens første møde besluttedes det at vælge emnet *uendelighed*, som er et centralt matematisk begreb, og en sammenbindende teori, *kognitiv semantik*. På det andet møde blev der lavet et udkast til undervisningsplan og valg af litterære tekster og matematiske opgaver. På en række følgende møder blev tekster og opgaver analyseret, og forskerne præsenterede teorien for lærerne. Forskerne udformede derefter et skriftligt læremiddel. Fra 2012 blev der inddraget lærere fra andre klasser og skoler, hvilket medførte justeringer af undervisningsplan og materiale. Hele denne proces tog fire år.

Forskerne stillede fra begyndelsen med et teoretisk beredskab som de deltagende lærere ikke havde. Forskerne optrådte derfor både i rollen som dem der underviste de deltagende lærere i kognitiv semantik, senere gav eleverne samme viden på et mere elementært plan, deltog i planlægningen og i beskedent omfang i gennemførelsen af undervisnings-

forløbet, og som udenforstående iagttagere beskrev og analyserede resultatet. Matematikforskeren introducerede desuden lærerne til matematikprogrammet TI-Nspire (CAS).

Lærernes rolle var at lære en ny teori, deltage i planlægningen af undervisningen og gennemføre den. I udvælgelsen af tekster handlede de ud fra en fagdidaktisk viden om hvilke tekster der var egnet som undervisningsmateriale. De stillede også med forskellige forventninger om hvilke almindidaktiske principper der var brugbare. Som eksempel kan nævnes at et par af lærerne særligt var optaget af spørgsmålet om inddragelse af gymnasiefremmede elever og desuden inspireret af Cooperative Learning, et sæt af didaktiske principper der kan bruges uafhængigt af fag. Lærerne lærte og lærte fra sig på én gang. Også elevernes rolle var noget ændret. De følte sig betydningsfulde og fagligt udfordret, hvilket er velkendt i alle forskningsprocesser hvor elever bliver observeret. Men de var desuden i stand til at påvirke fx begrebsbrugen. Nogle af lærerne tilpassede således begreberne til undervisningsbrug pga. elevernes reaktioner, og eleverne var også ret frit stillet i forhold til tekstvalg i deres afsluttende fremlæggelser. De kunne inddrage andre tekster end dem forskerne og lærerne havde tænkt sig skulle bruges.

De skriftlige læremidler bestod af en introduktion til kognitiv semantik med eksempler på analyser af litterære tekster og en lille antologi af de tekster der blev gennemgået i timerne. Det skriftlige materiale til matematik byggede delvis på en bearbejdning af den engelske bog *Images of Infinity* (Hemmings m.fl. 1992), som i særlig grad er koncentreret om matematiske gåder og paradokser. Desuden fik eleverne udleveret en instruktion til TI-Nspire (CAS). Efter gennemførelsen af første forløb i 2010 fortsatte forskerne med forskningsprocessen og deltog derefter i forberedelsen af de næste forløb i 2012. Denne proces gentog sig i 2014. Det vigtigste artefakt udover læremidlerne var en *forløbsplan*, som så således ud:



Figur 1. Forløbsplan for undervisningen (Olesen m.fl., 2011, s. 372).

Efter opsamling 2 fulgte et gruppearbejde med efterfølgende fremlæggelser der fungerede som den vigtigste evalueringsform. Undervisningen på Midtsjællands Gymnasium blev gennemført efter denne model i 2010. Forud for forløbene i 2012 og 2014 blev der indarbejdet forskellige ændringer. Vigtigst: religion deltog i beskedent omfang i 2010, men slet ikke i 2012 og 2014. Henvisninger til religion er derfor her fjernet fra planen, men faget spillede en vis rolle i elevfremlæggelserne i 2010.

Efter de to forløb i 2010 og 2012 på Midtsjællands Gymnasium blev de i alt fire deltagende lærere og alle elever fra de to klasser interviewet, ligesom eleverne gennemførte såvel en fælles mundtlig som en anonym skriftlig evaluering. Der var ikke ressourcer til at gennemføre lignende procedurer på de øvrige gymnasier.

Konstruktion af empirisk materiale og analysemetoder

Det samlede projekts metode svarer i store træk til faserne i Gravemeijer & Cobbs model som gengivet i *Fig. 1*. Dette afsnit fungerer derfor som en redegørelse for hvordan Gravemeijer & Cobbs kriterier blev implementeret i design- og forskningsprocessen. I de foregående afsnit er der redegjort for G&C's *Fase 1. Forberedelsen af eksperimentet*: dvs. indkredsning af problemet, opstilling af mål for interventionen og af den didaktiske teori der skulle

afprøves. Desuden er under behandlingen af teorier om interventionsforskning omtalt den del af *Fase 2* som Gravemeijer & Cobb kalder mikrocyklusser af design og analyse. Der er ikke blot redegjort for teorierne men også for hvordan de er blevet implementeret. I dette afsnit omtales resten af *Fase 2. Gennemførelsen af eksperimentet*, dvs. konstruktion af data og opstilling af en teoriafledt fortolkningsramme. Til sidst i afsnittet omtales desuden dele af *Fase 3. Retrospektiv analyse*, fordi præsentationen af analysemetoder i en forskningsartikel traditionelt hører hjemme i et metodeafsnit.

Det empiriske materiale som blev konstrueret, er ret omfattende. Det består af den igangsættende projektbeskrivelse og ansøgning om midler fra Danske Science Gymnasier, planlægningsgruppens korrespondance, mødereferater og notater fra planlægningsprocessen, manuskripter og power points til forskeroplæg, undervisningsplan, undervisningsmateriale, de lærerproducerede arbejdsopgaver, nedskrevne klasserumsobservationer, opgavebeskrivelsen til elevfremlæggelserne, videoer og transskriptioner af gruppefremlæggelser, transskriberede interview med elever og lærere, skriftlige elevvurderinger, elevstile eller -rapporter, den afsluttende projektrapport til Undervisningsministeriet og den kortere projektartikel til Danske Science Gymnasiers antologi over alle gennemførte projekter i dette regi, *Levende matematik* (Olesen m.fl. 2011). Fra Midtjyllands Gymnasium foreligger et komplet datasæt fra to klasser i 2010 og 2012. Fra de øvrige deltagende skoler foreligger mere spredt materiale fra 2012-forløbene. Fra 2014 foreligger ingen data. Vigtigst er videooptagelser og transskriptioner af fremlæggelser fra fire klasser på tre gymnasier.

Materialet udgør en sammenhængende *case*. Den teoriafledte fortolkningsramme er afledt af de teorier som er omtalt i teori afsnittet. I denne artikels sammenhæng er det videooptagelserne og transskriptionerne af elevernes fremlæggelser der fokuseres på, fordi de som nævnt kan betragtes som evalueringer af elevernes udbytte. Dog refereres der også til elevstile og interview. Den analysemodel forskerne anvendte på fremlæggelserne, ser således ud:

- | |
|--|
| <ol style="list-style-type: none"> 1) Hvordan bruges det matematiske stofgrundlag, paradokserne? 2) Hvilket matematisk indhold er der? 3) Hvordan bruges de litterære tekster? 4) Hvordan bruges litterære elementer iøvrigt i fremlæggelsen. Sker der en integration af fagene? 5) Hvordan inddrages elevernes egne erfaringer? 6) Hvordan bruges de semantiske begreber? 7) Hvordan bruges IT? 8) I hvilken udstrækning kan der dokumenteres innovation? |
|--|

Figur 2. Analysemodel til bestemmelse af elevernes konstruktion af en interdisciplinær didaktik med dannelsesindhold, som den kommer til udtryk i fremlæggelserne .

Gravemeijer & Cobbs krav om at der i *Fase 3* skal indgå overvejelser over virtuelle gentagemuligheder, blev i dette projekt forstærket ved gennemførelsen af faktiske gentagelser på flere skoler. Gentagelserne med nyindførte variationer og ændringer blev diskuteret på landsdækkende opsamlingsmøder med deltagelse af forskerne og lærere fra de deltagende skoler. Den økologiske validitet blev i selve undervisningen sikret ved at forløbsmodellen og læremidlerne blev brugt som lokale (økologisk situerede) redskaber. Der er tale om et eksperiment, men i en real (økologisk) ramme (Tylén & Wallentin 2015). I den videnska-

belige analyse blev validiteten sikret af muligheden for at gå tilbage til de originale videooptagelser, af at analyserne er gennemført af danskforskeren og derefter korrigeret af matematikforskeren, og af at lærerne på Midtsjællands Gymnasium har set videooptagelserne og læst forskernes tekster. Der blev indhentet skriftlig tilladelse fra eleverne til at bruge materialet anonymt. Lærerne så således transskriptionerne af fremlæggelserne, men ikke af elevinterviewene.

Analysearbejdet har dermed været underkastet almindelige videnskabelige kriterier for pålidelighed, men omformet til case- og design researchbrug:

Data analysis that aims at understanding a paradigm case differs significantly from data analyses that aim at establishing causal relations within a regularity conception of causality. Claims are not based on statistical analysis, but on a systematic and thorough analysis of the data set (Gravemeijer & Cobb s. 43).

Opmærksomheden over for innovative træk i fremlæggelserne var sikret fra starten i og med projektets uvante interdisciplinære karakter. Det tvang eleverne ud i opgaver som hverken de selv, lærerne eller forskerne på forhånd vidste hvordan de ville løse. Dertil kommer at den del af den kognitive semiotik som kaldes blandingsteori, er en teori om kreativitet og innovation, og den blev brugt af alle tre parter, både i tekstanalyserne, de matematiske opgaver og i elevernes egne kommentarer til og forskernes analyser af elevernes fremlæggelser. Kravene om udvikling af fagdidaktiske teorier og diskussion af forholdet mellem design og forskning forsøges opfyldt i artiklens konklusion og diskussion.

Analyser og resultater

I denne artikel koncentrerer analyserne som nævnt hovedsageligt om de fremlæggelser som afsluttede de ca. to ugers undervisning. Det drejer sig om 25 gruppefremlæggelser fra fire klasser. Der henvises desuden til interview med eleverne og i enkelte tilfælde til elevstile. Fremlæggelserne blev styret af denne opgave som oprindeligt blev formuleret af lærerne på Midtsjællands Gymnasium i 2010:

Opgave/projekt i uendelighed:

Indhold:

Matematik: Projektet skal indeholde et paradoks om uendelighed, fx en variation af ”Pigen, drengen og hunden” eller fx ”Thomsons lampe”.

Dansk/religion: Der skal indgå metaforer om uendelighed. Desuden skal I klassificere de grundlæggende billedskemaer i metaforene.

Form/produktkrav:

I skal lave en disposition på en lille side, hvor I kort ridser op, hvad jeres projekt indeholder af problemstillinger og tekster og hvordan I har tænkt jer at fremlægge det. Dispositionen skal deles ud til de andre grupper og lærerne umiddelbart for jeres fremlæggelse.

Frelæggelse:

Skal vare 15 min. I kan benytte de traditionelle medier og programmer, fx TI-nspire eller powerpoint. I kan også gøre noget helt andet, det bestemmer I selv. Det vigtigste er at I alle deltager i fremlæggelsen og at den overholder tidsfristen på 15 min.

Som afslutning skal I udfylde en studierapport på Lectio (under studieplanen). Desuden følger en evaluering på Lectio. Endelig laver vi en mundtlig evaluering til allersidst i tredje modul på fredag.

Opgaven blev modificeret noget i de øvrige klasser, bl.a. fordi religion ikke længere var med i projektet. I én klasse blev der indbygget et krav om at eleverne skulle skrive en matematikfaglig artikel, hvorved litteraturbeskæftigelsen ikke blev afprøvet. I en anden klasse blev det krævet at eleverne, i stedet for blot at bearbejde de paradokser der var arbejdet med i matematikundervisningen, selv skulle finde på nye, lignende paradokser.

”Pigen, drengen og hunden” og ”Thomsons lampe” er moderne varianter af Zennons almindeligt kendte logiske paradokser, fx ”Achilleus og skildpadden”. Paradokset strider mod al erfaring, men det bemærkelsesværdige er at det først blev løst matematisk i 1800-tallet med indførelsen af begrebet ”grænseværdi”. En uendelig følge af værdier kan konvergere mod en endelig grænseværdi. Ifølge moderne matematik giver $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \dots$ osv. i det uendelige den endelige værdi 1. Det er uendelighedsbegrebets centrale betydning der gør at man kan hævde at matematik hviler på et paradoksalt grundlag der nærmer matematikken til filosofi og humaniora generelt.

Hver fremlæggelse i de to klasser på Midtsjællands Gymnasium blev efterfulgt af en diskussion mellem elever, lærere og forskere. Om det var tilfældet på de øvrige skoler kan ikke afgøres fordi der ikke var forskere til stede. Diskussionerne forløb som en afprøvning af hvordan eleverne havde forstået begrebet uendelighed, af de repræsentationsformer de havde brugt til at anskueliggøre det, matematiske såvel som danskfaglige, og af hvilke begreber fra den kognitive semantik der kunne bruges til at analysere de repræsentationsformer de havde anvendt. Nedenfor følger et eksempel på analyse af en fremlæggelse med diskussion.

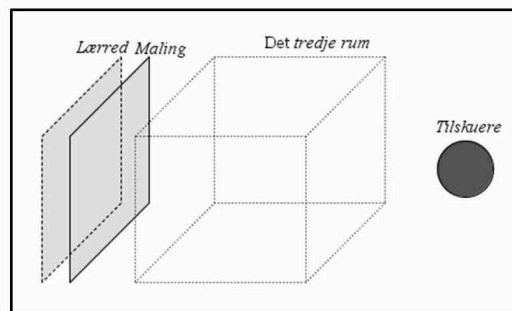
Eksemplarisk analyse af elevfremlæggelse

Fremlæggelsen var en af de bedste i 2010 og derfor ikke typisk, men eksemplet er valgt fordi det både viser muligheder og begrænsninger i den didaktiske fremgangsmåde. Gruppen bestod af to drenge og to piger; det emne de tog udgangspunkt i, lå forholdsvis tæt på et emne i matematikmaterialet kaldet ”Uendeligt fjerne punkter” eller ”Parallele linjers skæring”. Af gruppen blev emnet omformuleret til ”Rummets form og Narnia”. Herved opnåede de at kunne inddrage både en af de gennemgåede litterære tekster, Calvinos novelle ”Rummets form”, og en tekst der ikke var gennemgået i klassen, ”Narnia”. Samtidig prøvede de at tackle det kognitive paradoks der udgjorde det største forståelsesmæssige problem for klassen: At moderne matematik tillader at to parallelle linjer faktisk skærer hinanden i et uendeligt fjernt punkt.

En af drengene gennemgik først problematikken om parallelle linjer der i en gængs euklidisk geometri ikke har et fælles skæringspunkt. Hans præsentation blev støttet af it-programmet Cabri 3D, et matematikprogram som tillader at man kan bevæge sig rundt om de geometriske figurer i et tredimensionalt rum. Fremlæggelsen bar præg af at eleven undervejs havde læst noget matematik på egen hånd og havde snakket med matematikforskeren om projektiv geometri. Han begik dog den fejl at sætte lighedstegn mellem projektiv og ikke-euklidisk geometri, men hans formål var at vise at handlingen i novellen ”Rummets form” kan beskrives ved hjælp af en standardmodel for den projektive geometri, hvor den euklidiske plan projiceres op på en halvkugle, så man kan se hvordan de parallelle linjer skærer hinanden i et punkt på kuglen. Hans kommentar til en i øvrigt fuldstændig non-figurativ interaktiv geometrisk figur var: ”Så har vi Jeg her, og har Ursula og har Fennimore [her], og de vil ramme hinanden i det punkt der i det uendelige”. Jeg, Ursula og Fennimore

udgør den amouøse trekant der falder ad parallelle baner gennem et uendeligt rum i Calvinos novelle.

Den næste dreng fortsatte gennemgangen af ”Rummets form” vha. henvisninger til den gennemgåede geometri, og med inddragelse af et billedskema fra den kognitive semantik: kilde-vej-mål-skemaet, som han vurderede lå bag både den geometriske opstilling og novellens handling, med alle de mulige forhindringer på rejsen fra kilde til mål som billedskemaet kan udbygges med. I novellen svarer disse kognitive forhindringer til personkonflikter. Også han beskæftigede sig indgående med spørgsmålet om hvorvidt Jeget og Ursula rent faktisk mødes. Han inddrog desuden Fauconnier & Turners begreb ”blend” på to måder: som betegnelse for en blanding af Jegets drømmeverden og det fysiske rum Jeget bevæger sig i, og som betegnelse for det særlige fiktive rum der opstår når en læser møder en tekst. Under og efter læsningen er hverken teksten eller læseren uberørt, der opstår noget nyt i blandingsrummet. Dette blandingsrums karakter blev illustreret ved at eleven inddrog en række amerikanske ekspressionistiske malerier, særligt af Mark Rothko, som eleven havde set på et museum. Det skete dels ved power point-gengivelser af malerierne dels ved digitale grafiske analyser af dem som eleven selv havde fremstillet.



... her har vi lærredet, vi har malingen og vi har tilskueren ... her inde i blendet, der skabes det tredje rum, det rum som vi efterstræber, det rum som vi skal have ... det rum vi skaber med fantasien ...

Figur 3. Kunstoplevelsens blendede rum i en elevfremlæggelse

De to pigers bidrag bestod i at inddrage filmatiseringen af fantasybogen *Narnia* og drage paralleller mellem den religiøse symbolik i teksten og personernes bevægelser mellem filmens forskellige verdener. Pointen i gennemgangen var at rummet i *Narnia* består af flere rum med forskellig virkelighedsstatus. Personerne kan bevæge sig fra det ene til det andet gennem revner mellem verdenerne, men det kræver anvendelse af en slags overgangsritualer. Brugen af begrebet ”tekstverdener” stammer fra den kognitive semantik, men der var fx ingen analyse af billedskemaer og metaforer. I stedet brugte eleverne en mere traditionel terminologi fra religionsfaget i deres ret refererende analyse af filmen.

En analyse af denne fremlæggelse vha. analysemodellen kan bruges til at vurdere i hvilket omfang den didaktiske model der blev arbejdet med i forløbet, blev realiseret af eleverne i form af læring. Det lykkes eleverne tilsammen i et vist omfang at konstruere en interdisciplinær sammenhæng, der rummer selvstændig brug af traditionel matematisk viden, it, traditionel tekstanalyse, brug af kognitive begreber og stof hentet fra egne erfaringer (museumsbesøg, selvstændig faglig læsning, lystlæsning, brug af digitale værktøjer) (didak-

tikkens hvad- og hvordan-aspekter). Men hver for sig sidder ingen af dem formentlig inde med et overblik over denne sammenhængs betydning (hvorfor-aspektet).

Denne sidste antagelse bestyrkes af en analyse af elevstile. Eleverne i denne klasse skrev efter forløbet en dansk stil som viser at de blot nogle få uger efter forløbets afslutning ikke kunne bruge begreberne fra den kognitive semantik til at binde fagene sammen. Det må forstås på den måde at lærernes pres i fremlæggelsessituationen har været afgørende. Under fremlæggelsen lykkes sammenbindingen i et vist omfang fordi lærerne insisterer på den. I det øjeblik presset letter, falder eleverne tilbage til vante tankegange. Den tematiske forbindelse stod derimod stærkt: nogle elever skriver at forløbet simpelthen hed ”Uendelighed” – og har glemt alt om ”Kognition”. Elevinterviewene afslører at en af årsagerne er at brugen af fremmedordet kognition er en hindring. Det er ikke billeddannende, sådan som uendelighed er – hvorved kognitionsforskningens påstand om sammenhængen mellem mening og kropsbaseret sansning bestyrkes. Forskerne har m.a.o. ikke taget konsekvensen af deres egen viden i deres instruktion af eleverne, kognitionsbegrebet skulle have været sanseligt udfoldet.

Fremlæggelsen kaster også lys over forløbets dannelsespotentiale. Designet åbner for at nogle elever kan inddrage et langt større vidensfelt end i traditionel undervisning, og det er også tydeligt at en del af dette felt både er fagligt og privat erfaringsbaseret (hvad-aspektet). I det omfang eleverne inddrager personlige erfaringer og trækker på flere fag samtidig, nærmer man sig den form for almindendannelse som er beskrevet i bekendtgørelsen: en udvikling af personlig myndighed på basis af flerfaglighed. Da dreng nr. 2 fortæller om sin brug af Rothkos malerier, siger han:

Jeg mødte ham første gang på Tate Modern i England, hvor man kommer ind i det her rum, det dirrende, det vibrerende... fordi de her lag af maling kommer ud ... og man sidder i sådan et rum af den her størrelse... med de her kæmpemalerier på to gange to meter, ligesom omgivet af en, og man kommer i sådan en tilstand at det er et pusterum hvor man oplever en tredje verden.

Men en præcis forståelse af hvorfor man skal arbejde med kognitive begreber (hvorfor-aspektet) hvis man vil forstå kunst og litteratur som særlige erkendelsesaktiviteter, mangler – muligvis med undtagelse af netop hos dreng nr. 2, der nærmest på egen hånd har givet sig kast med en forskningsopgave. Desuden kan man bemærke at litteratur i hans fremlæggelse spiller en sekundær rolle i forhold til de visuelle kunstarter.

Generalisering af analyser og resultater

Forskerne gennemførte lignende analyser af alle grupperes fremlæggelser, og resultaterne blev opgjort for hver af de fire klasser. I det følgende er resultaterne af analyserne yderligere kondenseret.

Brugen af interventionsforskning. Projektet kunne ikke have været gennemført på andre måder. Fra starten indgik forskere og lærere i et solidarisk men asymmetrisk samarbejde, der byggede på det partnerskabsprincip som er beskrevet i teoriafsnittet. Det spillede en stor rolle at en af lærerne havde en ledende stilling på Midtjællands Gymnasium. Det garanterede støtte fra skolens ledelse. Det spillede også en rolle at han og matematikforskeren fik støtte fra Matematiklærerforeningen og fra Danske Science Gymnasier. Projektets matematikdidaktiske aspekter er derfor i et vist omfang blevet en del af det som Goldkuhl kalder ”det generelle praksisfelt”, hvilket ikke har været tilfældet for de litteraturredaktiske

aspekter. De er blevet præsenteret på konferencer i forskningssammenhæng men har ikke vakt interesse i det generelle praksisfelt.

For et designprojekt er det muligheden for spredning der er afgørende for en bedømmelse af projektets robusthed (van den Akker 2006). Fra starten på ét gymnasium spredte projektet sig til yderligere seks gymnasier. Desuden blev projektet en del af Midtsjællands Gymnasiums skoleudviklingsstrategi, der desuden bl.a. omfattede to andre projekter med forskningsinvolvering. Det ene en undersøgelse af gymnasiefremmede elevers muligheder i gymnasiet, det andet en undersøgelse af bevægelses betydning for læring (Ulriksen, Murning & Ebbensgaard 2009. Ulriksen & Ebbensgaard 2014. Svendsen m.fl. 2012). I begge tilfælde med direkte reference til *Kognition og Uendelighed*.

Kulturaliseringen af matematikundervisningen. På alle skoler blev der brugt litterære repræsentationsformer i præsentationen af de matematiske paradokser, side om side med traditionelle matematiske repræsentationsformer som ligninger, grafer og tabeller. På én skole desuden matematikfaglig skrivning. Det *genreskel* som Kleve og Penne nævner, blev dermed delvis nedbrudt. Brugen af paradokserne førte automatisk til anvendelsen af en filosofisk *tænkemåde* i faget, hvilket i høj grad påvirkede også *diskursen* i timerne. Under en del fremlæggelser var det ikke muligt at afgøre om der var tale om en matematikfaglig eller en filosofisk diskurs. Videoptagelserne og elevinterviewene viser at nogle elever reagerede på denne diskursændring med stor entusiasme fordi den gav matematik en plads i den diskussionskultur som præger gymnasiets humanistiske og samfundsvidenskabelige fag. Andre elever gav til gengæld udtryk for utilfredshed med denne drejning. De opfattede diskussionerne som tidsspilde og ville hellere have brugt tiden på mere algoritmisk organiseret matematik (jf. Ernest 2011), som de regnede med at få mere praktisk brug for. Men for alle elever var det en stor udfordring at få demonstreret at matematik for professionelle matematikere ikke er en simpel afspejling af enkle fysiske forhold, men et fag der hviler på et paradoksalt grundlag.

Generaliseringen af litteraturundervisningen. Litteraturundervisningen indeholdt to elementer, analyser af litterære tekster og arbejde med elevernes brug af litterære former i fremlæggelserne. I nogle klasser spillede de litterære tekster en meget lille rolle i fremlæggelserne. I de klasser hvor de blev brugt, kan man konstatere et skred væk fra subjektive fortolkninger af færdige tekster i retning af begrebsmæssige analyser af *litterær aktivitet*. Det var en følge af at eleverne gennem brugen af semantiske begreber opdagede at der var kognitive ligheder mellem forfatternes og deres eget arbejde med litteratur.

Dette skred fra opmærksomhed på produktet (den færdige tekst som fortolkes) til skriveprocessen er en kendt erfaring fra undervisning i kreativ skrivning (Kaspersen 2007). Men en begrebsliggørelse skete kun når lærerne krævede det. De efterfølgende interview med eleverne viste at de i starten af undervisningsforløbet ikke forstod begreberne. Det gjorde de først da de begyndte selv at bruge dem under lærernes vejledning. Dette bekræfter Kleve & Pennes iagttagelse af at eleverne har brug for lærerhjælp i norskundervisningen hvis ikke teksterne blot skal forsvinde ind i en lidt ligegyldig hverdagsdiskurs. James Paul Gee taler om spændingen mellem en hjemlig primærdiskurs og en skolestisk sekundærdiskurs (Gee 2003). Det blev i elevinterviewene klart at de færreste elever overhovedet havde læst det skriftlige materiale hvor de kunne se eksempler på tekstanalyser, hvilket medvirkede til usikkerhed i begrebsbrugen og et stort tidsforbrug fordi lærerne skulle forklare alting mundtligt.

Også elevernes manglende læsning af de mere krævende skønlitterære tekster var et problem for undervisningen. Under fremlæggelserne inddrog eleverne kun i beskedent omfang de læste tekster. De litterære tekster de henviste til, var eventyr- og fantasytekster som de ikke kendte fra skolen. Også fantasygenrens dominans blandt selv meget læsende børn og unge er veldokumenteret (Kaspersen m.fl. 2008). Både tendensen til brug af generaliserende begreber og inddragelsen af fantasytekster kan ses i det ovenfor citerede analyseeksempel: ”Rummets form og Narnia”.

Ved at sammenligne de litterære analysestile som eleverne på Midtsjællands Gymnasium skrev før og efter forløbet, kan man se hvilke ændringer i begrebsbrugen der skete. I før-stilene er der brugt en del ikke-erfaringsbaserede litterære analysebegreber fra den *strukturelle* semantik, men der forekommer mange personlige iagttagelser som ligger tæt op ad *kognitive* semantiske analyser, uden at der anvendes begreber. Efter-stilene er derimod præget af en meget systematisk anvendelse af analysebegreber fra den kognitive semantik. Det giver alle eleverne en stor analytisk sikkerhed og binder i heldige tilfælde erfaringer og begrebsbrug sammen, men en del af analyserne er meget mekaniske. De elever der har brugt begreberne organisk – sådan som de gjorde under diskussionerne af de mundtlige fremlæggelser – har lagt vægt på at inddrage deres egen læseoplevelse i analysen, og her nærmer de sig det metakognitive niveau som bl.a. James Paul Gee har nævnt som ønskværdigt (Gee 2003). På det grundlag kan man drage flere konklusioner: For det første kan en kognitiv didaktik som minimum give en eksplicitering af implicitte kognitive operationer som under alle omstændigheder finder sted overalt hvor man danner mening. For det andet ligger der i ekspliciteringen en risiko for at tekstanalysen derved bliver lige så mekanisk som en traditionel strukturanalyse. Og for det tredje er lærerens stædige krav om en fastholdelse af dobbeltheden mellem det elevcentrerede og det tekstcentrerede derfor afgørende.

Interaktion på tværs af fagene. Fremlæggelse af matematiske problemstillinger ved brug af litterære repræsentationsformer var obligatorisk og blev brugt af samtlige grupper i alle klasser, mere eller mindre opfindsomt. Henvisninger til matematiske begreber i analysen af litterære tekster forekom sjældnere, men den ovenfor citerede fremlæggelse ”Rummets form og Narnia” er et eksempel på at det forekom.

Som et eksempel på interaktion mellem en elevskrevet tekst, et uendelighedsparadoks, grafisk repræsentation vha. TI-Nspire (CAS), en gennemgået litterær tekst og brug af semantiske begreber kan nævnes en dramatiseret fremlæggelse fra 2012 med titlen ”Bedstefars gave”. Fremlæggelsen består af en lille dramatiseret fortælling hvor et barn får en gave af sin bedstefar i en kasse, hvori der befinder sig en halvt så stor kasse, hvori der befinder sig en halvt så stor kasse osv. i det uendelige. Fremlæggelsen refererer til det gennemgåede paradoks ”Den forvirrede flue”, hvor en flue mases/ikke mases mellem to lokomotiver der nærmer sig hinanden med stor fart. Gaven består i at barnet lærer tålmodighed. Under diskussionen af fremlæggelsen skete der følgende:

Dansklæreren: Jamen, jeg vil da bare høre om folk kunne se nogle billedskemaer i jeres tekst, og så kunne I sige bagefter om det er dem I har tænkt. (...)

Fig 1: Det første, det der ”da hun åbnede var glæden stor”. Det betyder hun bliver rigtig glad. Det er jo ikke noget med at man bliver fysisk stor. Det er ikke noget man kan tage bogstaveligt. Det betyder at hun bliver rigtig glad for gaven.

Dreng 1: Jeg tænkte mere på hele første afsnit. Det giver jo et stort billede af hvordan det hele ser ud, med at det var en solrig dag, og det var en parcelhushave. Det er sådan nærmest et containerskema i mit hoved, med at haven nærmest bliver et rum, og så at, hvad det hedder, jeg ved ikke, pakkerne det er vel også containere, så de er i, gaven er i en container, som er i en container. Det ved jeg ikke. Og så havde jeg også. Hele det der, det giver jo bare et billede af hvordan jeg forestiller mig det ser ud, med hvordan haven ser ud. Jeg har et bord. Jeg forestiller mig et bord med en hvid dug og sådan noget. Det giver mig en masse billeder.

Dreng 2: Jeg vil også sige, det er en barnefødselsdag. Selv om I ikke skriver det, så forestiller jeg mig at der er lagkage og kaffe og gaver og måske noget saftvand, og (...) det er vel et script. Er det ikke det, når man tænker det automatisk.

Dansklæreren: Jo.

Pige 2: Så er det også sådan prototyper, som fx bedstefaderen som, eller pigen, hvordan hun ser ud.

Dansklæreren: Det er en gammel mand, ikke. Men I har skrevet bedstefar. Det skaber jo helt klart nogle billeder inde i vores hoveder. Det aktiverer de billedskemaer vi har inde i hovedet, ikke. Af hvordan en bedstefar ser ud.

Dreng 3: Altså, vi har taget inspiration fra det der "Abrahams skød". Vi har sagt at pigen har sat sig på bedstefars skød, og at vi alle sammen ved at det er meget rart at sidde på bedstefars skød.

Den begrebslige analyse starter ikke før dansklæreren tager initiativet. For at hjælpe den i gang har hun besluttet sig til at bruge begrebet *billedskema* som fællesbetegnelse for alle de gennemgåede kognitive begreber. Det første eksempel som Pige 1 nævner, er dog *begrebsmetaforen* INTENSITET ER STØRRELSE. Den stammer direkte fra George Lakoff, men begrebet bliver ikke nævnt. Dreng 1 laver en analyse vha. *billedskemaet* containerskema, som han ser forskellige eksempler på i teksten. Dreng 2 inddrager begrebet *script*. Pige 2 *prototype*. Og Dreng 3, som har stået for en del af præsentationen, nævner en af gruppens litterære inspirationskilder, Thomas Kingos salme *Far, verden, far vel*, hvor det evige liv skildres vha. *metaforen* og det underliggende *billedskema* "I Abrahams skød". Samtalen vokser organisk frem og har ikke noget mekanisk over sig, og den åbner for en elevcentreret, *kontekstorienteret* didaktik som samtidig arbejder med *generaliserende* begreber.

Arbejdet med *videnskabsteoretisk indsigt* viste sig i de ofte meget komplicerede diskussioner i alle klasser om forholdet mellem fysisk virkelighed og matematiske repræsentationer. Det mest imponerende eksempel var en dramatiseret fremlæggelse på Mulernes Gymnasium i Odense i 2012 af Cantors analyse af uendelighed. Der er dog ikke dokumentation for at diskussionen noget sted blev ført igennem til en konklusion på et videnskabsteoretisk niveau. Årsagen var formentlig at dette mål ikke indgik eksplicit i undervisningsmaterialet. Forskerne havde ikke tænkt forløbet igennem helt til det punkt. Af elevinterviewene kan man se at det havde den uheldige virkning at nogle elever efter forløbet opfattede matematik som en slags avanceret hjernesvind. Det videnskabsteoretiske aspekt spillede uundgåeligt en rolle i forskernes præsentation af den kognitive semantik, men heller ikke her var aspektet tænkt igennem, og det var kun meget utydeligt i de kognitive analyser af litterære tekster. Et eksempel kan ses i den netop citerede diskussion. Her nævnes "et billede af hvordan jeg forestiller mig det ser ud". Også her er der tale om forholdet mellem virkelighed, forestillingsbilleder og sproglige repræsentationer, men analysen føres ikke op på et teoretisk niveau.

Ny *dannelse* i betydningen udvikling af personlig myndighed i en videnskabeligt begrundet tværfaglighed er vanskelig at måle, men i den citerede fremlæggelse ”Bedstefars gave” kan man se et spor. Når eleverne har syntes at paradokset skulle indeholde en livsfilosofisk pointe: at erkende uendelighed er at lære tålmodighed, er det tydeligt at de netop har siddet med spørgsmålet: hvad skal vi egentlig bruge dette underlige uendelighedsbegreb til – personligt? Det er synligt mange steder at eleverne har stillet det samme spørgsmål også til de litterære tekster. Nogle var fascinerede af teksterne, andre syntes de var for underlige. Det er en problemstilling som spiller en stor rolle for elever i litteraturundervisningen generelt (Kaspersen 2005), og som fx også er central i de russiske formalisters diskussion af begrebet *litteraritet*, det nye i dette forløb er at det eksistentielle spørgsmål om underlighed og personlig dannelse bliver stillet på tværs af fagene.

Konklusion og diskussion

I hypotesen indgik forventninger om at undervisningsforløbet ”Kognition og Uendelighed” kunne skabe en interdisciplinær didaktik hen over grænsen mellem humaniora og matematik og dermed styrke en ny form for almindelse, som krævet i bekendtgørelserne for de danske gymnasiale uddannelser. Redskaberne skulle være et fælles emne og fælles brug af begreber fra den kognitive semantik for derved mere specifikt at styrke generaliseringen af litteraturundervisningen og kulturaliseringen af matematikundervisningen. Forventningen var også at dette kunne ske gennem et interventionsforskningsprojekt.

Analyserne har vist at disse forventninger blev indfriet i et vist omfang. Det er blevet dokumenteret at der var væsentlige tilløb til *begrebsliggørelse og generalisering af litteraturbruget* på en måde der også åbnede for inddragelse af elevernes egne erfaringer. Man kan sige at en begrebstung deduktiv didaktik blev kombineret med en induktiv didaktik til noget man kan kalde en abduktiv didaktik. Det var de bedst mulige slutninger man sigtede efter uden at sortere hverken begreber eller erfaringer fra. I matematikundervisningen blev der gennemført en *kontekstualisering og kulturalisering* i et sådant omfang at visse elever syntes at faget fjernede sig for langt fra det regnefag de kendte. De ofte heftige diskussioner om matematikkens grundlag og de ofte mærkelige resultater som de forskellige repræsentationsformer gav, bidrog til en begyndende ny *almendannelse*. Men det viste sig også at hvis man skal nå videre mod dette mål og, ikke mindst, kombinere det med et mål om videnskabsteoretisk indsigt i rimeligt omfang, skal der mere målrettede læremidler til.

Undersøgelsen viser også at *forbindelsen mellem matematik og litteratur* til tider fungerede, men ikke var lige klar gennem hele forløbet. Problemet var at temaet ”uendelighed” samtidig er et helt centralt matematikfagligt begreb, mens det i dansk er et mere eller mindre tilfældigt tema. Omvendt er den valgte teori, kognitiv semantik, nem at operationalisere i konkrete tekstanalyser i dansk, mens den føles mere fremmed i matematik. Modsætningen kom fx til udtryk i lærerinterviewene. Her gav en dansklærer udtryk for at hun ikke havde fokuseret på emnet uendelighed, men stort set kun på den kognitive metode. Matematiklæreren havde omvendt fokuseret mest på uendelighedsbegrebet. Undersøgelsen kan ikke vise om man også kan inddrage andre matematikfaglige begreber i et fagligt samspil med litteratur.

Formen *interventionsforskning* viste sig uundværlig, men den giver anledning til betænkkeligheder. For det første består der et uudryddeligt paradoksalt forhold mellem forskerens to roller som både deltager og iagttager. Anvendelsen af principper fra en part-

nerskabskonstruktion viste sig dog at afhjælpe det problem. For det andet er et interventionsforskningsprojekt ressourcekrævende. Det var tydeligt at forholdene på Midtsjællands Gymnasium, hvor forskerne var med hele tiden, var bedre end på de andre skoler og gav anledning til færre problemer, fx i forhold til ledelse og kolleger. Men forskerne arbejdede stort set uhonoreret, og det kan man ikke forvente under normale omstændigheder. En tentativ konklusion kan være at når man sætter sig så høje mål som man har gjort i gymnasierereformen 2005, må man også medtænke forholdet mellem gymnasierne og universiteterne. Nogle af målene kan bedst nås gennem en omlægning af lærernes efteruddannelse ved at universitetsforskere deltager i skolernes arbejde. Det fremgår af EVA (2009) at lærernes interesse for traditionel fagdidaktisk efteruddannelse på internatkurser o.l. faldt efter reformen. Det problem kan interventionsforskning i heldige tilfælde afhjælpe.

Om forfatteren

Peter Kaspersen, cand. mag, ph.d. Lektor emeritus på Institut for Kulturvidenskaber, Syddansk Universitet. Lærebogs- og grundbogsforfatter.

Bjørn Felsager, † 2015. Cand. scient. Har undervist i fysik og matematik på Københavns Universitet og Syddansk Universitet samt i gymnasiet. Lærebogsforfatter. Æresmedlem af Matematiklærerforeningen 2014.

Litteratur

- Andersen, N.Å. (2006). *Partnerskabelse*. København: Hans Reitzels Forlag.
- Auring, S., Galdbæk, K., Jensen, P.R., Kaspersen P. & Paludan, P. (2001). ...*kun los er al fremmed tale?* Uddannelsesstyrelsens temahæfteserie nr. 3/2001. København: Undervisningsministeriet.
- Barab, S. & Squire, K. (2004). Design-Based Research: Putting a Stake in the Ground. *Journal of the Learning Sciences* 13(1), s. 1-14.
- Bruner, J. (1986). *Actual Minds, Possible Words*. Cambridge, London: Harvard University Press.
- Bruner, J. (1990). *Acts of Meaning*. Cambridge, Mass: Harvard University Press.
- Bruner J. (1996b). Frames for Thinking: Ways of Making Meaning. I Olson, D.R. & Torrance, N. (red.). *Modes of Thought: Explorations in Culture and Cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Byers, W. (2007). *How Mathematicians Think Using Ambiguity, Contradiction and Paradox to Create Mathematics*. Princeton: Princeton University Press.
- Collins, H.M. m.fl. (2007). Trading Zones and Interactional Expertise. *Studies in History and Philosophy of Science*, 38(4):657-666.
- Daidsen, H.M. (2011). *Kognitiv litteraturanalyse*. Frederiksberg: Dansk lærerforening.
- Dehaene, S. (1997). *The number sense. How the mind creates mathematics*. New York: Oxford University Press.
- Dolin, J., Hjemsted, K., Jensen, A., Kaspersen, P. & Kristensen, J. (2006). *Reformevalueringer 2006. Skriftserien Gymnasiepædagogik* nr. 58. Odense: IFPR. Syddansk Universitet.
- Ejersbo, L., Engelhardt, R., Frølund, L., Hanghøj, T., Magnussen, R. & Misfeldt, M. (2008). Balancing Product Design and Theoretical Insights. I *The Handbook of Design*

- Research in Mathematics, Science, and Technology Education*. Mahwah NJ: Lawrence Erlbaum.
- EMU (2011). Kognition og uendelighed. <https://education.ti.com/DANMARK/downloads/pdf> (set 12.11.2015).
- Ernest, P. (2011). *The Psychology of Learning Mathematics. The cognitive, affective and contextual domains of mathematics education*. Saarbrücken: Lambert Academic Publishing.
- EVA (2009). *Almen studieforberedelse på stx og studieområdet på hhx og htx. Det første gennemløb 2005-2008*. København: Danmarks Evalueringsinstitut.
- EVA (2014). *Evaluering af almen studieforberedelse*. København: Danmarks Evalueringsinstitut.
- Fauconnier, G. & Turner, M. (2002). *The way we think*. New York: Basic Books.
- Feldman, C.F. & Kalmar, D.A. (1996). Autobiography and fiction as modes of thought. I: D.R. Olson & N. Torrance (red.). *Modes of Thought, Explorations in Culture and Cognition*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Felsager, B. (2013). Coping with Infinity: Using TI-Nspire™ CAS to Bring Alive Multiple Representations in Mathematics. I: Habre, S. (red.). *Enhancing Mathematics Understanding through Visualization: The Role of Dynamical Software*. Information Science Reference (an imprint of IGI Global).
- Fink, H. (2004). Almen studieforberedelse og kravet til universiteterne. *Uddannelse* nr. 8/2004. København: Uddannelsesstyrelsen.
- Galison, P. (1997). *Image and Logic. A Material Culture of Microphysics*. Chicago: University of Chicago Press.
- Gee, J.P. (2003). *Social Linguistics and Literacies. Ideology in Discourse*. New York: Routledge Falmer.
- Goldkuhl, G. (2013). Action research vs. Design Research: Using Practice Research as a Lens for Comparison and Integration. <http://liu.diva-portal.org/smash/get/diva2:688095/FULLTEXT01.pdf> (set 31.7.2014).
- Gravemeijer, K. & Cobb, P. (2006). Design research from a learning design perspective. I Van den Akker, J., Gravemeijer, K., McKenney, S. & Nieveen, N. (red.). *Educational Design Research*. London & New York: Routledge.
- Hansen, T.I. (2006). *Poetik og lingvistik. Om forholdet mellem kognitiv lingvistik og fenomenologisk litteraturteori*. <http://laeremiddel.dk/wp-content/uploads/2012/07/Phd-Thomas-Illum-Hansen-Poetik-og-lingvistik.pdf>
- Hansen, T.I. (2012). *Kognitiv litteraturredaktik*. Frederiksberg: Dansk lærerforening.
- Harrison, C., Nuttall, L., Stockwell, P. Yuan, W. (red.) (2014). *Cognitive Grammar in Literature*. Amsterdam: John Benjamins Publishing Company.
- Haue, H. (2003). *Almendannelse som ledestjerne*. Odense: Syddansk Universitetsforlag.
- Hemmings, R., Tahta, D.G. & Leapfrogs Group (1992). *Images of Infinity*. St. Albans: Tarquin Publications.
- Hetmar, V. (1996). *Litteraturpædagogik og elevfaglighed*. København: Danmarks Lærerhøjskole.
- Hopmann, S. (2007). Restrained Teaching: The Common Core of Didaktik. *European Educational Research Journal*, Vol. 6, No. 2, p. 109-124.
- Jaén, I. & Simon, J.J. (red.). (2012). *Cognitive Literary Studies. Current Themes and New Directions*. Austin: University of Texas Press.
- Jankvist, U.T. (u.å.). The Construct of Anchoring – An Idea for "Measuring" Interdisciplinarity in Education.

- <http://exeter.ac.uk/PErnest/pome26/jankvist%20%20The%20Construct%20Anchoring.pdf>
(set 20.7.2012)
- Jantsch, E. (1972). Inter- and transdisciplinary university: A Systems Approach to Education and Innovation. *Higher Education* 1(1): 7-37.
- Jensen, T. W. (2011). *Kognition og konstruktion. To tendenser i humaniora og den offentlige debat*. Frederiksberg: Samfundslitteratur.
- Kaspersen, P. (2005). *Tekstens transformationer: En undersøgelse af fortolkningen af den litterære tekst i det almene gymnasiums danskundervisning*. Ph.d.-afhandling. Odense: Institut for Kulturvidenskaber. Syddansk Universitet.
- Kaspersen, P. (2007). *Forfattere i gymnasiet*. København: Læselystkampagnens hefteserie. Biblioteksstyrelsen.
- Kaspersen, P. (2009). *Litteraturredidaktik på kognitivt grundlag. Skriftserien Gymnasiepædagogik* 74. Odense: Institut for Kulturvidenskaber. Syddansk Universitet.
- Kaspersen, P. (2011). Sammenlignende fagdidaktik på systemisk og kognitivt grundlag med udgangspunkt i fagligt samspil i gymnasiet. I Krogh, E. & Nielsen, F.V. (red.). *Sammenlignende fagdidaktik. Cursiv* nr.7. København: Institut for Didaktik. Danmarks Pædagogiske Universitetsskole. Aarhus Universitet.
- Kaspersen, P. (2012a). Litteraturredidaktiske positioner. I Jørgensen, M. (red.). *Videre i teksten. Litteraturpædagogiske positioner og muligheder*, s. 61-74. København: Hans Reitzels Forlag.
- Kaspersen, P. (2012b). Litteraturredidaktiske dilemmaer og løsninger: En undersøgelse af litteraturredidaktikkens aktuelle status i Norden. I Ongstad, S. (red.). *Nordisk mormålsdidaktik. Forskning, felt og fag*, s. 47-75. Oslo: Novus forlag.
- Kaspersen, P., Abrahamsen, M., Kjertmann, K. & Sørensen, A, S. (2008). *Tre Læsehystprojekter. En evaluerende undersøgelse*. København: Biblioteksstyrelsen.
- Klafki, W. (2001/1985). *Dannelsesteori og didaktik*. Aarhus: Klim.
- Klausen, S. H. (2011). Det faglige samspils former. I Klausen, S.H. (red.) *På tværs af fag*, s. 69-100. København: Akademisk forlag.
- Kleve, B. & Penne, S. (2012). Norsk og matematikk i et literacy-perspektiv: metabevisthet også for de svake elevene. *Acta Didactica Norge* 2012, Vol 6.
- Krogh, E. & Holgersen, S.-E. (red.) (2014). *Sammenlignende fagdidaktik 3. Cursiv* Nr. 13. København: Institut for Uddannelse og Pædagogik. Aarhus Universitet.
- Krogh, E. & Nielsen, F.V. (red.) (2011). *Sammenlignende fagdidaktik. Cursiv* Nr.7 2011. København: Institut for didaktik. Danmarks Pædagogiske Universitetsskole. Aarhus Universitet.
- Krogh, E. & Nielsen, F.V. (red.) (2012). *Sammenlignende fagdidaktik 2. Cursiv* Nr. 9 2012. København: Institut for didaktik. Danmarks Pædagogiske Universitetsskole. Aarhus Universitet.
- Lakoff, G. & Johnson, M. (2005/1980). *Hverdagens metaforer*. København: Hans Reitzels Forlag.
- Lakoff, G. & Núñez, R. (2000). *Where Mathematics Comes From: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being*. New York: Basic Books.
- Larsen, S.E. (2002). *Fag og faglighed er mindst to ting*. *Uddannelse* nr. 2/2002. København: Uddannelsesstyrelsen.
- Luhmann, N. (1987). *Soziale Systeme. Frankfurt am Main: Suhrkamp Taschenbuch Wissenschaft*.

- Malmgren, L.-G. (1996). *Svenskundervisning i grundskolan*. Lund: Studentlitteratur.
- McKenney, S. & Reeves, T.C. (2012). *Conducting educational design research*. London: Routledge.
- Olesen, B., Felsager, B., Petersen, M.H., Kaspersen, P & Petersen, A.-M. (2011). Kognition og Uendelighed. I Andresen, M. (red.). *Levende matematik. I flerfaglige sammenhænge*, s. 367-405. København: Forlaget Navimat.
- Pedersen, D.B. & Collin, F. (2015). Tværfaglighed og forskeruddannelse i humaniora. I Pedersen, D.B., Stjernfelt, F. & Køppe, S. (red.). *Kampen om disciplinerne. Viden og videnskabelighed i humanistisk forskning*, s. 397-422. København: Hans Reitzels Forlag.
- Pedersen, D.B., Stjernfelt, F. & Køppe, S. (red.) (2015a). *Kampen om disciplinerne. Viden og videnskabelighed i humanistisk forskning*. København: Hans Reitzels Forlag.
- Pedersen, D.B., Stjernfelt, F. & Køppe, S. (2015b). Den samfundsmæssige vending i humanistisk forskning. I Pedersen, D.B., Stjernfelt, F. & Køppe, S. (red.) (2015a). *Kampen om disciplinerne. Viden og videnskabelighed i humanistisk forskning*, s. 221-249. København: Hans Reitzels Forlag.
- Penne, S. (2012). Hva trenger vi egentlig litteraturen till? Politikk, didaktikk og hverdagsteorier i nordiske klasserom. I Elf, N.F. & Kaspersen, P. (red.). *Den nordiske skolen, fins den? Didaktiske diskurser og dilemmaer i skandinaviske morsmålsfag*, s. 32-58. Oslo: Novus forlag.
- Persson, M. (2007). *Varför läsa litteratur? Om litteraturundervisningen efter den kulturella vändningen*. Lund: Studentlitteratur.
- Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics* 22, s. 1-36.
- Sjöstedt, B. (2013). *Ämneskonstruktioner i ekonomismens tid: Om undervisning och styrmedel i modersmålsämnet i svenska och danska gymnasier*. Malmö: Malmö högskola.
- Snow, C.P. (1961). *The Two Cultures and the Scientific Revolution. The Rede Lecture 1959*. New York: Cambridge University Press.
- Stockwell, P. (2002). *Cognitive Poetics. An Introduction*. London & New York: Routledge.
- Svendsen, S., Kvetny, D., Wagner, K. & Holmegaard, E. (2012). *Studie- og arbejdsmetoder med faglig forankring*. Ringsted: Midtsjællands Gymnasieskoler.
- Tylén, K. & Wallentin, M. (2015). Eksperimenter i humanistisk forskning. I Pedersen, D.B., Stjernfelt, F. & Køppe, S. (red.). *Kampen om disciplinerne. Viden og videnskabelighed i humanistisk forskning*, s. 343-368. København: Hans Reitzels Forlag.
- Ulriksen, L. (2001). Den sociologiske dimension. I Held, F. & Olsen, F. (red.) *Introduktion til pædagogik*, s. 267-277. København: Frydenlund.
- Ulriksen, L., Murning, S. & Ebbensgaard, Aa.B. (2009). *Når gymnasiet er en fremmed verden*. Frederiksberg: Samfundslitteratur.
- Ulriksen, L. & Ebbensgaard, Aa.B. (2014). *Slutrapport fra følge-, faciliterings- og analyseprojektet vedrørende gymnasiefremmede*. København: Institut for Naturfagenes Didaktik. Københavns Universitet.
- Undervisningsministeriet (2013). *Stx-bekendtgørelse, Bekendtgørelse om uddannelsen til studentereksamen*. Retsinformation.dk (set 12.11.2015)
- Van den Akker, J., Gravemeijer, K., McKenney, S., Nieveen, N. (2006). *Educational Design Research*. London: Routledge.

- Westbury, I., Hopmann, S. & Riquarts, K. (red.) (2000). *Teaching as a Reflective Practice. The German Didaktik Tradition*. Hillsdale, N.J.: Lawrence Erlbaum Ass.
- Aase, L. & Hägerfelth, G. (2012). Dannelse/bildning i et skandinavisk perspektiv. I Elf, N.F. & Kaspersen, P. (red.). *Den nordiske skolen – fins den?*, s. 168-189. Oslo: Novus Forlag.